

Stampanti 3D: una nuova sfida per la modellistica matematica

Emiliano Cristiani



Istituto per le Applicazioni del Calcolo
Consiglio Nazionale delle Ricerche

Matematica & Realtà

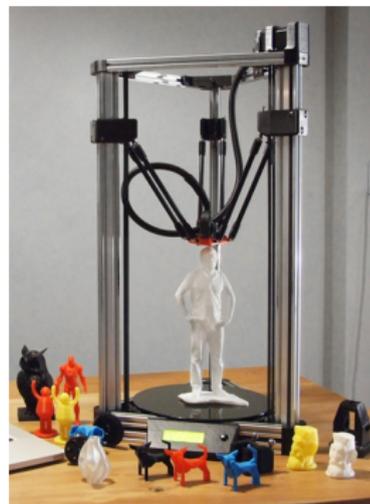
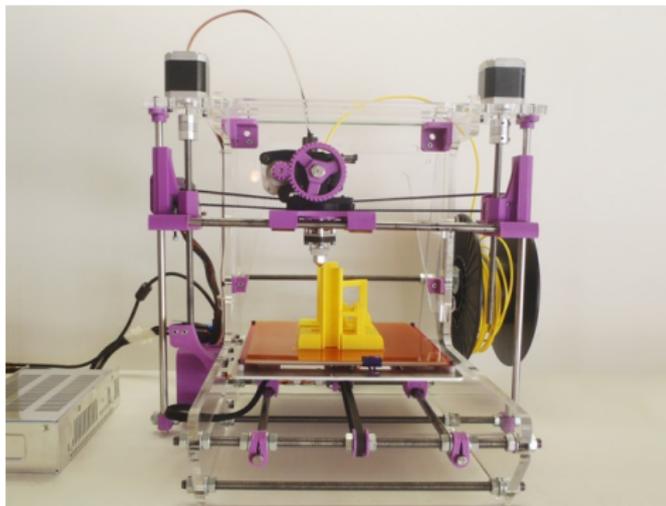
Hotel Villa Traiano, Benevento
10-12 ottobre 2014

- 1 Cos'è una stampante 3D
- 2 Una nuova rivoluzione sta arrivando?
- 3 Matematica per le stampanti 3D
 - Problemi legati all'hardware
 - Stampare in 3D senza un modello 3D
 - Essere o apparire?
 - Ottimizzazione di forme
- 4 Due esempi
 - Shape-from-Shading
 - Metodo Level Set
- 5 Stampanti 3D a scuola

Cos'è una stampante 3D

Una stampante 3D è una macchina che consente di produrre un oggetto solido partendo da un modello digitale.

La stampa 3D si ottiene tramite la **sovrapposizione** del materiale in strati (procedura inversa a quella sottrattiva).



Quanto costa una stampante 3D non professionale?

Costo una tantum

Il prezzo delle stampanti 3D non professionali è compreso tra i 700 e i 3000 euro.

Costo ricariche

Le ricariche (bobine) costano circa 30-50 euro.

Riciclo

Esistono macchine che riciclano la plastica ricreando la bobina.

Quanto costa una stampante 3D non professionale?

Costo una tantum

Il prezzo delle stampanti 3D non professionali è compreso tra i 700 e i 3000 euro.

Costo ricariche

Le ricariche (bobine) costano circa 30-50 euro.

Riciclo

Esistono macchine che riciclano la plastica ricreando la bobina.

Materiali di stampa

Il materiale più usato nelle stampanti non professionali è la **plastica**:

- PLA (materiale usato per costruire i blocchetti di Lego).
- ABS.

Differiscono in termini di:

- Elasticità e resistenza agli urti.
- Temperatura di fusione.
- Resistenza alle alte temperature.
- Colori.
- Minimo dettaglio stampabile.
- Vapori sprigionati.

La stampa può essere dipinta successivamente.

Esistono anche stampanti **multimateriale** e **multicolore**.

Altri materiali: pasta, cioccolato, cemento, zucchero.

Cosa si può stampare?

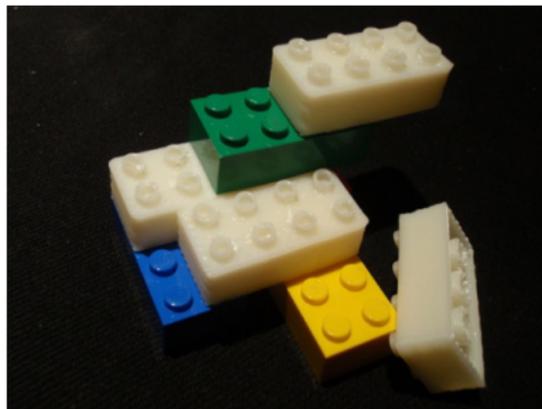
TUTTO

(O no?)

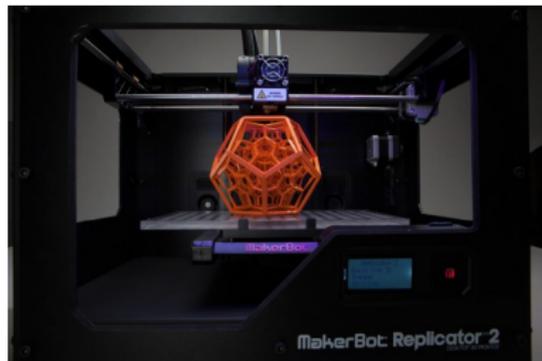
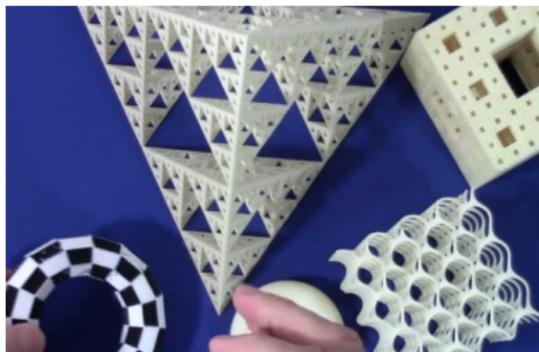
Qualche esempio



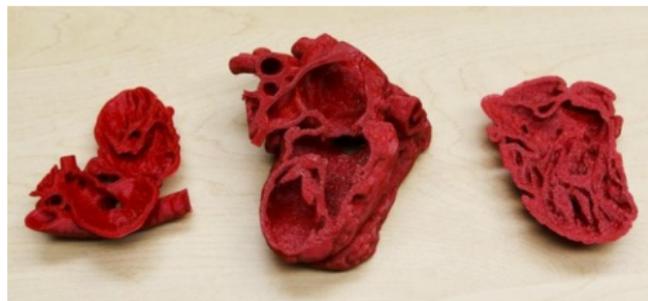
Qualche esempio



Qualche esempio



Qualche esempio



Qualche esempio



Qualche esempio controverso



Cosa serve per stampare un oggetto?

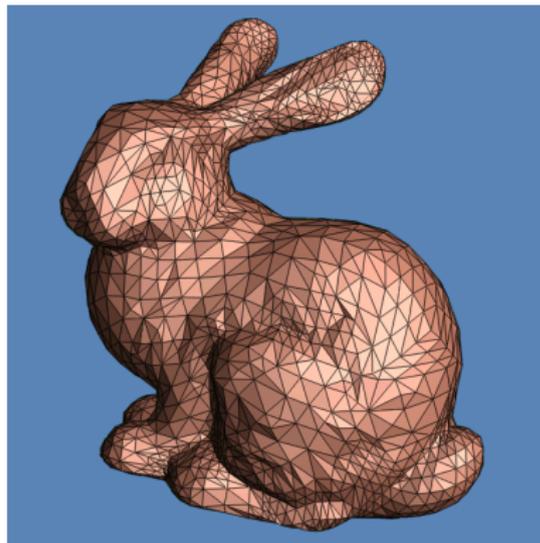
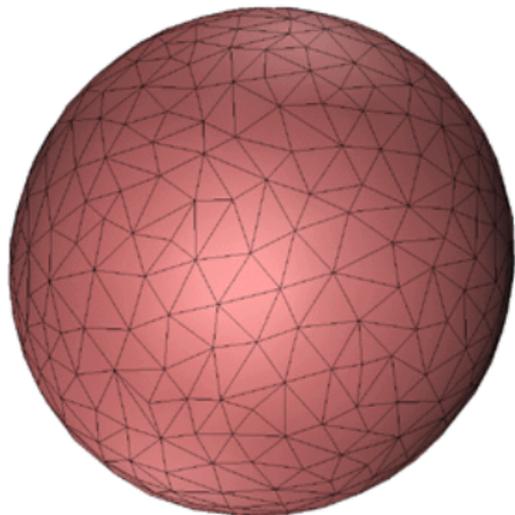
Per stampare un oggetto serve un **modello digitale**, che si ottiene tipicamente:

- Con uno scanner 3D.
- Con un software di modellazione digitale.
- A mano.
- Con un codice ad hoc.

Quali informazioni sono contenute in un file .STL

Il formato di file più comune per stampare in 3D è STL.

Contiene le coordinate dei vertici dei triangoli con cui è rappresentata la superficie del solido, orientati in senso antiorario osservando l'oggetto dall'esterno.



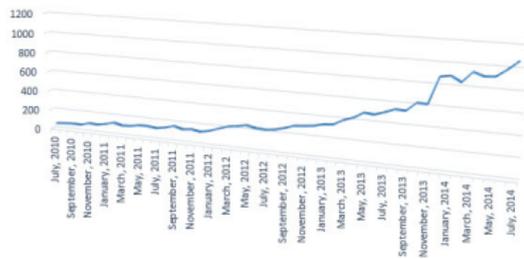
File .STL

```
solid name-of-the-solid
  facet normal nx ny nz
    outer loop
      vertex V1x V1y V1z
      vertex V2x V2y V2z
      vertex V3x V3y V3z
    endloop
  endfacet
  facet normal nx ny nz
    outer loop
      vertex V1x V1y V1z
      vertex V2x V2y V2z
      vertex V3x V3y V3z
    endloop
  endfacet
  [...]
endsolid name-of-the-solid
```

Diffusione

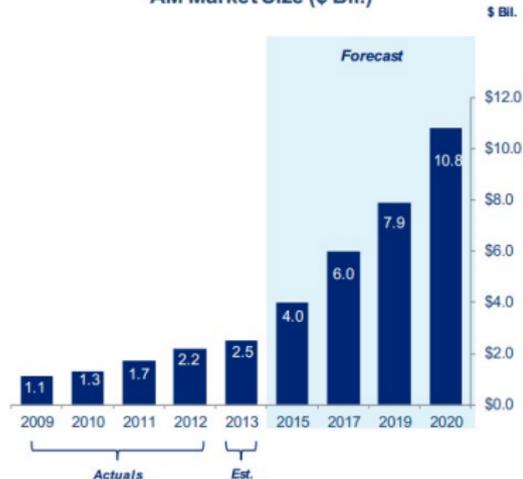
La famosa rivista di economia FORBES dichiara che il **35%** degli annunci per richieste di lavoro in ambito ingegneristico tra il 15 agosto ed il 15 settembre 2014 richiedevano personale **in grado di stampare in 3D**.
La General Electric stima che entro il 2025 ci sarà una stampante 3D **in ogni casa** (e ogni scuola).

3D Printing and Additive Manufacturing 4-Year Hiring Trends



SOURCE: WANTED Analytics

AM Market Size (\$ Bil.)



Assunzioni

E. Cristiani (IAC-CNR, Roma)

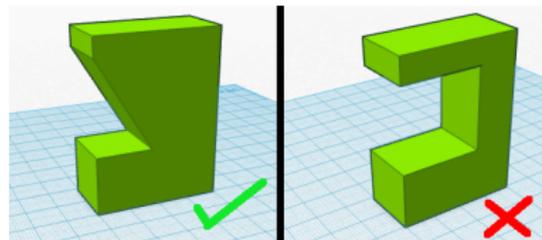
Mercato

Stampanti 3D: una nuova sfida

Matematica per le stampanti 3D: problemi e soluzioni

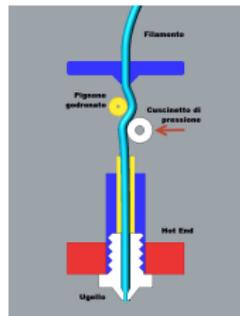
Cosa non può essere stampato

- Solidi con spessore minimo $< 0.7 - 1\text{mm}$.
- Solidi che non si reggono in piedi.
- Solidi con sporgenze $> 45^\circ$.



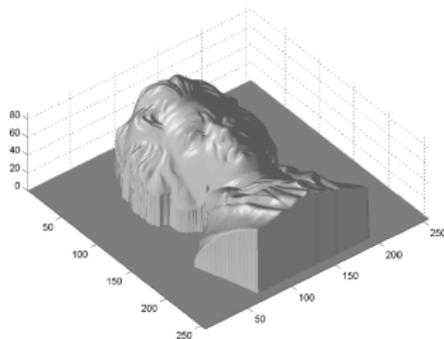
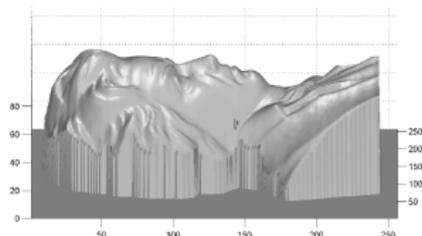
Problemi hardware

- L'estrusore deposita troppo o troppo poco materiale.
- Il materiale tende a creare dei filamenti quando l'estrusore si muove troppo rapidamente.
- Il materiale tende a colare e formare grumi se l'estrusore rimane fermo su un punto per molto tempo.
- La parte terminale dell'estrusore tende a surriscaldarsi.
- La stampa è lenta. Estrusore = commesso viaggiatore?



Stampare in 3D senza un modello 3D

Se non è possibile avere una scansione 3D del modello o crearlo con un modellatore, si deve ricorrere a tecniche alternative, come lo **Shape-from-Shading** (attenzione alle chiavi!).



Essere o apparire?

Le stampe 3D sono fatte con un materiale in generale diverso dall'originale. Questo rende la replica uguale nella forma ma diversa nell'aspetto. In certi casi è preferibile avere invece una **forma diversa dall'originale ma che appaia come l'originale**.

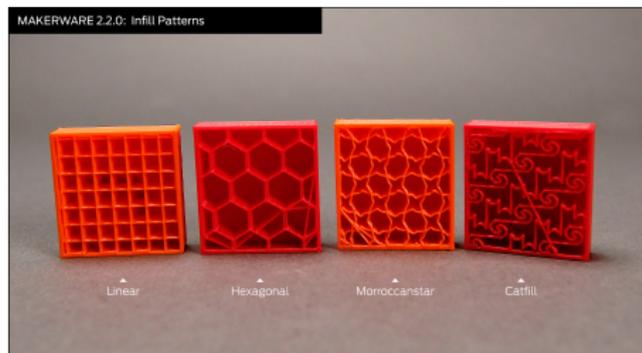


La difficoltà aumenta con l'uso di stampanti multimateriale.

Ottimizzazione di forme - piedistallo



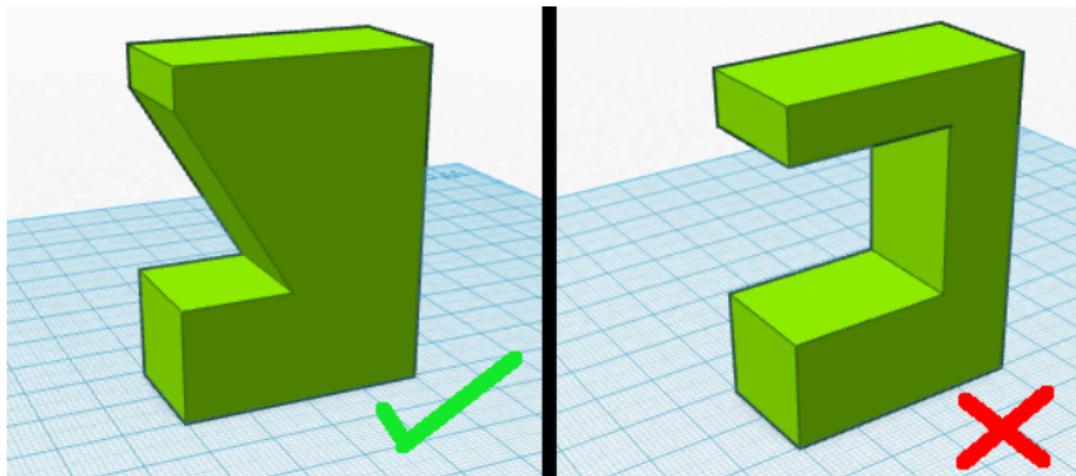
Ottimizzazione di forme - riempimento



Ottimizzazione di forme - orientamento

Esiste un orientamento che permette all'oggetto di essere stampato in un solo pezzo?

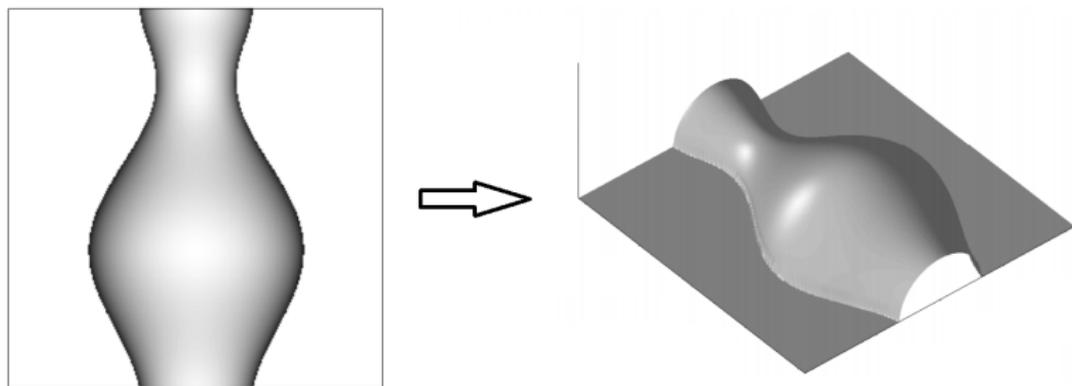
Se no, qual è il numero minimo di pezzo da assemblare?



Primo esempio: Shape-from-Shading

Shape-from-Shading

SfS è un noto problema **mal posto** in *computer vision*. Consiste nel ricostruire un oggetto 3D a partire dall'ombreggiatura visibile in una fotografia dell'oggetto stesso.



Shape-from-Shading: il modello

Sia Ω un insieme limitato di \mathbb{R}^2 e $z : \Omega \rightarrow \mathbb{R}$ la superficie (visibile) dell'oggetto 3D che si vuole ricostruire.

L'equazione per z si deriva dall'*equazione di irradianza*

$$R(\hat{n}(x, y)) = I(x, y), \quad (x, y) \in \Omega,$$

dove

- I è la luminosità misurata in ogni punto (x, y) dell'immagine.
- $\hat{n}(x)$ è la normale unitaria alla superficie nel punto $(x, y, z(x, y))$.
- R è la funzione di riflettanza che dà il valore della luce riflessa dalla superficie in funzione della sua orientazione (cioè la direzione normale).

Se la superficie è differenziabile si ha

$$\hat{n}(x, y) = \frac{(-z_x(x, y), -z_y(x, y), 1)}{\sqrt{1 + |\nabla z(x, y)|^2}}.$$

Shape-from-Shading: ipotesi fondamentali

Per rendere il problema trattabile si assume che:

(H1) Il materiale è **lambertiano** (la luminosità non dipende dal punto di osservazione) e l'albedo (rapporto tra energia riflessa e energia catturata) è costante.

(H2) La sorgente di luce è unica.

(H3) La sorgente di luce e la fotocamera sono lontane dall'oggetto (raggi paralleli e no deformazioni prospettiche).

(H4) Le riflessioni multiple sono trascurabili.

(H5) La superficie è completamente visibile.

Sotto queste ipotesi si ha

$$R(\hat{n}(x, y)) = \omega \cdot \hat{n}(x, y),$$

dove $\omega \in \mathbb{R}^3$ è il vettore unitario che indica la direzione della luce.

Shape-from-Shading: l'equazione

L'equazione di SfS diventa quindi

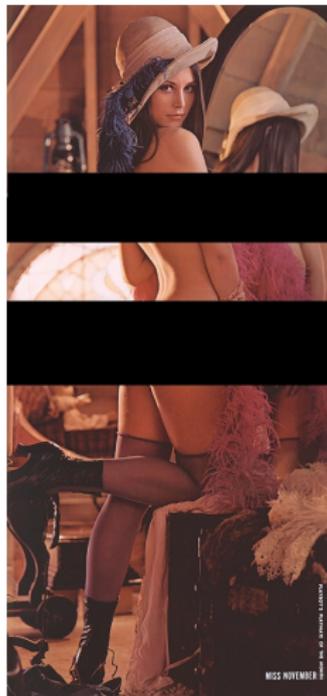
$$I(x, y) \sqrt{1 + |\nabla z(x, y)|^2} + (\omega_1, \omega_2) \cdot \nabla z(x, y) - \omega_3 = 0, \quad (x, y) \in \Omega,$$

che è un'equazione di Hamilton–Jacobi non lineare del primo ordine.

Se la sorgente di luce è verticale, cioè $\omega = (0, 0, 1)$, l'equazione si semplifica e diventa l'equazione eiconale

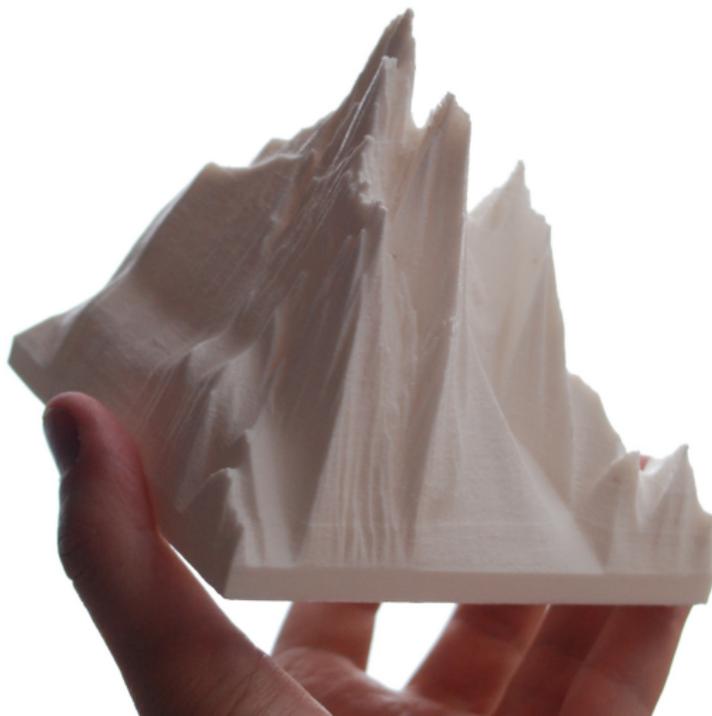
$$\left(\sqrt{\frac{1}{I(x, y)^2} - 1} \right)^{-1} |\nabla z(x, y)| = 1, \quad (x, y) \in \Omega.$$

Shape-from-Shading: Lena



Shape-from-Shading: Lena 3D

Forse le ipotesi non erano verificate...



Shape-from-Shading: Foto di Lena 3D

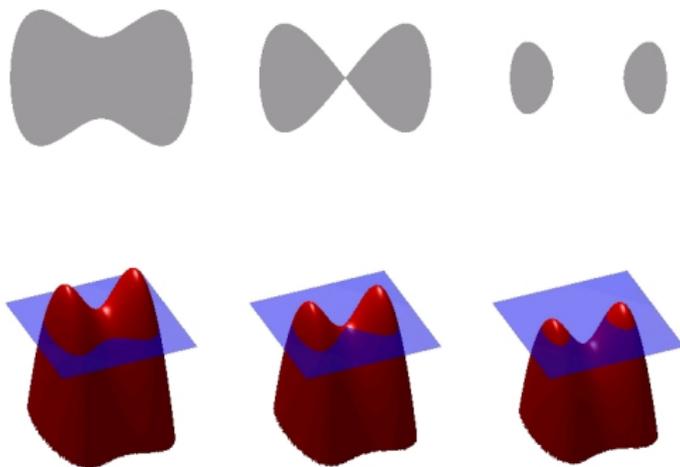
Ma... Funziona!



Secondo esempio: Metodo Level Set

Idea

Il solido viene visto come la curva di livello 0 di una funzione da \mathbb{R}^3 in \mathbb{R} che evolve nel tempo.



Metodo level set

La funzione u viene fatta evolvere sotto l'azione di un campo di velocità

$$v[u](x, y, z, t)$$

in modo tale che la forma finale soddisfi i requisiti voluti (ricorda l'ottimizzazione di forme).

Equazione level set

$$\frac{\partial u}{\partial t}(x, y, z, t) + v[u](x, y, z, t) \cdot \nabla u(x, y, z, t) = 0$$

Se la velocità è diretta in direzione **normale alla superficie**, cioè $v = c[u](x, y, z, t)\hat{n}$, l'equazione diventa

Caso particolare - equazione eiconale

$$\frac{\partial u}{\partial t}(x, y, z, t) + c(x, y, z, t)|\nabla u(x, y, z, t)| = 0$$

Stampanti 3D a scuola

Informare

Mostrare filmati e oggetti stampati.

Formare

Far scrivere un file STL.

Corsi professionali

Far fare dimostrazioni dal vivo.

Nuovi posti di lavoro

Guardare le offerte di lavoro (vendita, riparazione, creazione file, blog, etc.).

Bibliografia

- [1] M. Alexa and W. Matusik, Reliefs as images, *ACM Trans. Graph.*, 29 (2010), 60:1–60:7.
- [2] A. Bermano, I. Baran, M. Alexa and W. Matusik, Shadowpix: multiple images from self shadowing, *Comp. Graph. Forum*, 31 (2012), 593–602.
- [3] E. Cristiani, 3D printers: A new challenge for mathematical modeling, *arXiv:1409.1714*.
- [4] Y. Dong, X. Tong, F. Pellacini and B. Guo, Appgen: interactive material modeling from a single image, *ACM Trans. Graph.*, 30 (2011), 146:1–146:10.
- [5] J.-D. Durou, M. Falcone and M. Sagona, Numerical methods for shape-from-shading: a new survey with benchmarks, *Comput. Vis. Image Underst.*, 109 (2008), 22–43.
- [6] B. Kubicek, Improved oozing compensation for diy fused deposition 3d printers, Unfinished preprint.
- [7] Y. Lan, Y. Dong, F. Pellacini and X. Tong, Bi-scale appearance fabrication, *ACM Trans. Graph.*, 32 (2013), 145:1–145:12.
- [9] W. Wang, T. Y. Wang, Z. Yang, L. Liu, X. Tong, W. Tong, J. Deng, F. Chen and X. Liu, Cost-effective printing of 3d objects with skin-frame structures, *ACM Trans. Graph.*, 32 (2013), 177:1–177:10.
- [10] <http://intentional3d.com/printing-the-unprintable-overhangs/>
- [11] <http://www.3dprintingera.com/3d-printing-overhangs-and-bridges/>

GRAZIE

GRAZIE