



Roma, 23 febbraio 2015

***la struttura della prova scritta di matematica
all'esame di Stato: dubbi e proposte***

Claudio Bernardi (*Sapienza*, Università di Roma)

la seconda prova scritta per i Licei Scientifici

struttura della prova

“Il candidato risolva uno dei due problemi e risponda a 5 quesiti del questionario”

ogni problema contiene 3-4 domande

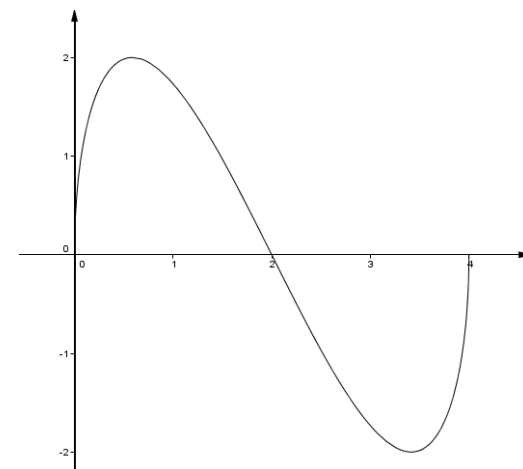
è meglio che le domande siano *dipendenti* o *indipendenti*?

negli ultimi anni, in genere le domande sono indipendenti

- la *scelta* fra i due problemi non è sempre facile per lo studente

Problema 2 del 2014 PNI Sia $f(x) = (2-x)\sqrt{4x-x^2}$

1. A lato è disegnato il grafico Γ di $f(x)$. Si dimostri che $(2; 0)$ è centro di simmetria di Γ e si calcoli, in gradi e primi sessagesimali, l'angolo che la tangente in esso a Γ forma con la direzione positiva dell'asse x .



2. Si dimostri che, qualunque sia t , $0 < t < 2$, le rette tangenti a Γ nei suoi punti di ascisse $2+t$ e $2-t$ sono parallele. Esistono rette tangenti a Γ che siano parallele alla retta $21x+10y+31=0$? E che siano parallele alla retta $23x+12y+35=0$?

3. Si calcoli l'area della regione compresa tra Γ e l'asse x .

4. Sia $h(x) = \sin(f(x))$. Quanti sono i punti del grafico di $h(x)$ di ordinata 1? Il grafico di $h(x)$ presenta punti di minimo, assoluti o relativi? Per quali valori reali di k l'equazione $h(x) = k$ ha 4 soluzioni distinte? Qual è il valore di $\int_0^4 h(x) dx$?

sono più favorevole alla *scelta* di 5 **quesiti** su 10 proposti;
ci sono stati quesiti su temi più specifici, non sempre trattati
nella pratica didattica, come geometrie non euclidee, cardinalità
di insiemi infiniti, geometria dello spazio, probabilità, ecc.

- *durata* della prova: 6 ore?
- uso della *calcolatrice* non programmabile?
- uso di un *formulario* ufficiale?

sarebbe anche un punto di riferimento nello studio

- secondo la normativa l'esame è finalizzato “*all'accertamento delle conoscenze e delle competenze acquisite nell'ultimo anno di corso di studi in relazione agli obiettivi [...] di ciascun indirizzo e delle basi culturali generali*”

(nel caso di un tema di fisica si pongono seri problemi)

verso una nuova struttura della prova scritta?

Nell'estate scorsa era stato annunciata una modifica della *struttura della prova scritta* (fermi restando i riferimenti normativi generali: leggi n. 425 del 1997 e n. 1 del 2007)

settembre 2014: Convegno a Rovigo organizzato dal Ministero
rinvio del provvedimento, almeno al 2016

prova su una delle *discipline caratterizzanti*: matematica, fisica
per il Liceo Scientifico per le scienze applicate anche scienze

due iniziative in previsione della nuova prova:

www.pianetascuola.it/risorse/media/riviste_def/riviste/archimede/archimede.htm

<http://maddmaths.simai.eu/>

simulazione da parte del Ministero fra pochi giorni;
secondo voci attendibili, nel 2015 la struttura della prova *non cambierà*, ma ci potrebbero essere novità nei contenuti, specialmente applicazioni della matematica alla fisica

novità dal 2016 (?)

le nuove norme non sono ancora state emanate, ma il contenuto circola da tempo: si parla di "*quesiti*", eventualmente articolati in sottoquesiti

un "*quesito*" dovrebbe avere una complessità intermedia fra i problemi e i quesiti dei temi assegnati negli anni scorsi (uno studente normale può rispondere in mezz'ora o poco più)

più precisamente, pare che le nuove norme prevedano:

- 3 *quesiti obbligatori* che serviranno a valutare se lo studente possiede le *conoscenze fondamentali* (domande standard)
- 3 *quesiti a scelta su 6 proposti*, di "*carattere teorico e applicativo*", che evidenzino le capacità di "*integrazione fra le discipline caratterizzanti*"

questi 6 quesiti avranno carattere *interdisciplinare*; risolvendo questa parte, lo studente dovrebbe dimostrare di possedere certe *competenze* e di essere in grado di applicarle in *contesti* diversi

requisiti per il tema d'esame

- il tema d'esame deve essere, in larga misura, *prevedibile*
- del giusto grado di difficoltà
- le *applicazioni* dovrebbero essere matematicamente significative e, d'altro lato, collegate all'esperienza degli studenti

se si accettano questi requisiti, è difficile introdurre la matematica applicata dall'esame di Stato

questioni tipiche di matematica applicata, come crittografia, dinamica di popolazioni, modelli per la circolazione del sangue o per la finanza, trovano una collocazione più convincente in attività come i *laboratori del Piano Lauree Scientifiche*

vediamo quesiti assegnati negli anni scorsi, in cui sono coinvolti concetti esterni alla matematica

(parlo di matematica applicata in un'accezione piuttosto estesa)

2012 ordinamento

**3. La posizione di una particella è data da $s(t) = 20\left(2e^{-\frac{t}{2}} + t - 2\right)$.
Qual è la sua accelerazione al tempo $t = 4$?**

2008 ordinamento

10. Secondo il codice della strada il segnale di “salita ripida” (fig. a lato) preavverte di un tratto di strada con pendenza tale da costituire pericolo. La pendenza vi è espressa in percentuale e nell’esempio è 10%.



Se si sta realizzando una strada rettilinea che, con un percorso di 1,2 km, supera un dislivello di 85 m, qual è la sua inclinazione (in gradi sessagesimali)? Quale la percentuale da riportare sul segnale?

l'ultimo domanda a me non dispiace; ma perfino in un quesito così facile, ci sono problemi:

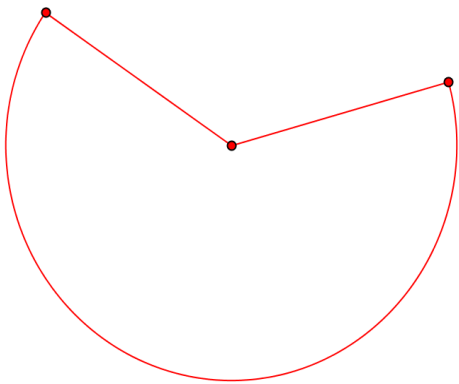
- la figura è fuorviante?

- la pendenza di un tratto di strada è usualmente definita come il rapporto tra il dislivello superato e la lunghezza del tragitto; a rigore, si dovrebbe considerare il rapporto fra dislivello e proiezione orizzontale del tragitto
(confusione fra seno e tangente di un angolo)

2007 ordinamento

4. Un serbatoio di olio ha la stessa capacità del massimo cono circolare retto di apotema 1 metro. Si dica quanti litri di olio il serbatoio può contenere.

Facendo combaciare i due raggi che limitano un settore circolare si può costruire un cono; più precisamente:
il settore è lo sviluppo piano della superficie laterale del cono,
e il raggio del settore circolare è l'apotema del cono.



Un cono ha il raggio di 1 metro. Qual è la lunghezza dell'arco che limita il settore circolare a cui corrisponde il cono di volume massimo? A quanti litri corrisponde tale volume?

PNI 2012

2. Una moneta da 1 euro (il suo diametro è 23,25 mm) viene lanciata su un pavimento ricoperto con mattonelle esagonali (regolari) di lato 10 cm. Qual è la probabilità che la moneta vada a finire internamente a una mattonella (cioè non tagli i lati degli esagoni)?

(la domanda mi sembra più adatta per una gara di matematica)

8. Un'azienda industriale possiede tre stabilimenti (A , B , e C). Nello stabilimento A si produce la metà dei pezzi, e di questi il 10% sono difettosi. Nello stabilimento B si produce un terzo dei pezzi, e il 7% sono difettosi. Nello stabilimento C si producono i pezzi rimanenti, e il 5% sono difettosi. Sapendo che un pezzo è difettoso, con quale probabilità esso proviene dallo stabilimento A ?

2007 ordinamento - quesito n. 6

Si sa che il prezzo p di un abito ha subito una maggiorazione del 6% e, altresì, una diminuzione del 6%; non si ha ricordo, però, se sia avvenuta prima l'una o l'altra delle operazioni. Che cosa si può dire del prezzo finale dell'abito?

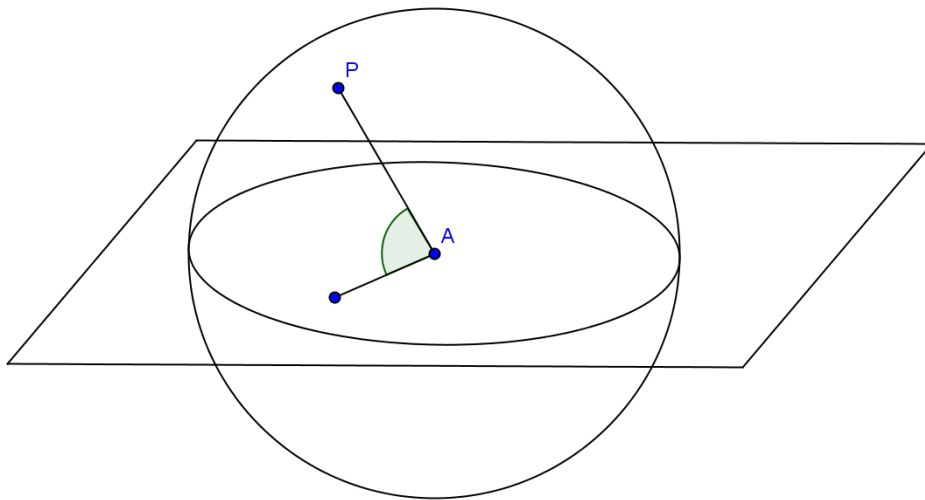
Abbiamo $p \cdot (1 + 0,06) \cdot (1 - 0,06) = p \cdot (1^2 - 0,06^2) < p$

un altro quesito del 2007 (anche PNI)

10. Per orientarsi sulla Terra si fa riferimento a *meridiani* e a *paralleli*, a *latitudini* e a *longitudini*. Supponendo che la Terra sia una sfera S e che l'asse di rotazione terrestre sia una retta r passante per il centro di S , come si può procedere per definire in termini geometrici meridiani e paralleli e introdurre un sistema di coordinate geografiche terrestri?

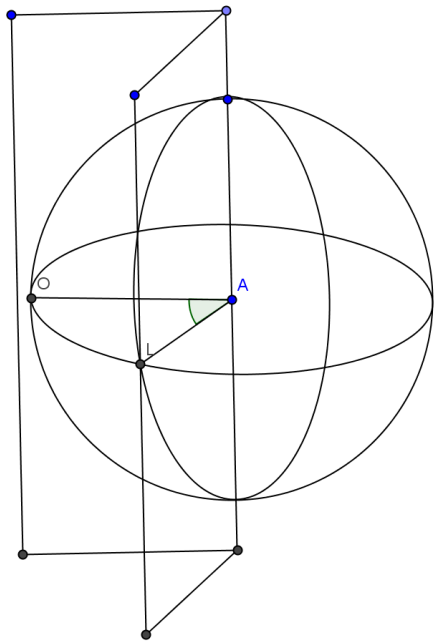
La *latitudine* di un punto P rappresenta la sua *altezza* rispetto all'equatore: si tratta dell'ampiezza dell'angolo fra la retta che congiunge P e centro della Terra e il piano equatoriale.

La latitudine varia da 0° a $\pm 90^\circ$.



La *longitudine* di un punto P rappresenta la sua *distanza* dal meridiano di Greenwich: si tratta dell'*angolo diedro* di asse *l'asse terrestre* e con le facce una passante per P e l'altra per il meridiano di Greenwich.

La longitudine varia da 0° a $\pm 180^\circ$



2013 ordinamento (un quesito analogo per il PNI)

5. In un libro si legge: “*Due valigie della stessa forma sembrano “quasi uguali”, quanto a capacità, quando differiscono di poco le dimensioni lineari: non sembra che in genere le persone si rendano ben conto che ad un aumento delle dimensioni lineari (lunghezza, larghezza, altezza) del 10% (oppure del 20% o del 25%) corrispondono aumenti di capacità (volume) di circa 33% (oppure 75% o 100%: raddoppio)*”. È così? Si motivi esaurientemente la risposta.

OK: si collega sia con la fisica, sia con questioni pratiche; dal punto di vista matematico è facile, ma interessante

$(1 + x)^3 > 1 + 3x$ (per x positivo)

il quesito non è facilmente duplicabile

2014 ordinamento

6. Un'azienda commercializza il suo prodotto in lattine da 5 litri a forma di parallelepipedo a base quadrata. Le lattine hanno dimensioni tali da richiedere la minima quantità di latta per realizzarle. Quali sono le dimensioni, arrotondate ai mm, di una lattina?

2014 PNI

8. La "zara" è un gioco d'azzardo di origine araba che conobbe particolare fortuna in Italia in epoca medievale – ne parla anche Dante nella Divina Commedia – e si giocava con tre dadi. Si confronti la probabilità di ottenere in un lancio la somma 9 con quella di ottenere la somma 10.

il numero delle "terne" (formate da interi compresi fra 1 e 6) è lo stesso; ma, se si tiene conto delle ripetizioni, si trova che il 10 è più probabile