Vincere e (non) perdere con la Matematica

Nicola Parolini

Dipartimento di Matematica
Politecnico di Milano

Giornata di Studio

La Matematica Applicata per una Buona Scuola

Roma - 23 Febbraio 2015

Matematica & Sport

- un interessante binomio per fare ricerca

Matematica & Sport

- un interessante binomio per fare ricerca
- un campo da gioco stimolante su cui fare innovazione

Matematica & Sport

- un interessante binomio per fare ricerca
- un campo da gioco stimolante su cui fare innovazione
- uno strumento molto efficace per fare divulgazione

Matematica & Sport

- un interessante binomio per fare ricerca
- un campo da gioco stimolante su cui fare innovazione
- uno strumento molto efficace per fare divulgazione

Modelli matematici e numerici applicati a ...

Matematica & Sport

- un interessante binomio per fare ricerca
- un campo da gioco stimolante su cui fare innovazione
- uno strumento molto efficace per fare divulgazione

Modelli matematici e numerici applicati a ...

Vela

- un interessante binomio per fare ricerca
- un campo da gioco stimolante su cui fare innovazione
- uno strumento molto efficace per fare divulgazione

Modelli matematici e numerici applicati a ...

Vela

Canottaggio

Matematica & Sport

- un interessante binomio per fare ricerca
- un campo da gioco stimolante su cui fare innovazione
- uno strumento molto efficace per fare divulgazione

Modelli matematici e numerici applicati a ...

Vela

Canottaggio

Nuoto

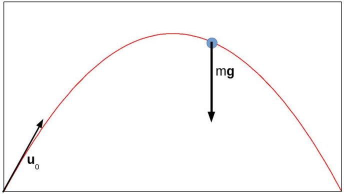
Da dove cominciamo ...

Da dove cominciamo ... dal golf

Quale matematica serve per calcolare la traiettoria di una palla da golf lanciata con velocità iniziale $\mathbf{u}_0$?

Da dove cominciamo ... dal golf

Quale matematica serve per calcolare la traiettoria di una palla da golf lanciata con velocità iniziale $\mathbf{u}_0$?



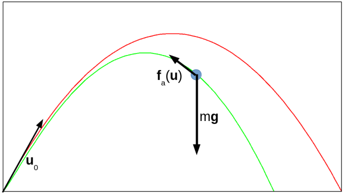
Senza forze aerodinamiche

$$\mathbf{x}(t) = \mathbf{u}_0 t - \frac{1}{2}\mathbf{g}t^2$$

(relazione algebrica)

Da dove cominciamo ... dal golf

Quale matematica serve per calcolare la traiettoria di una palla da golf lanciata con velocità iniziale $\mathbf{u}_0$?



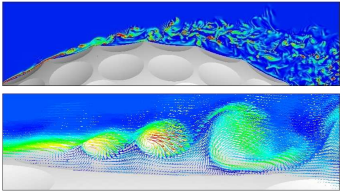
Con forze aerodinamiche

$$m\ddot{\mathbf{x}}(t) = m\mathbf{g} + \mathbf{f}_a = m\mathbf{g} + \frac{1}{2}\rho\dot{\mathbf{x}}^2 C_d S$$

(equazione differenziale ordinaria)

Da dove cominciamo ... dal golf

Quale matematica serve per calcolare la traiettoria di una palla da golf lanciata con velocità iniziale $\mathbf{u}_0$?

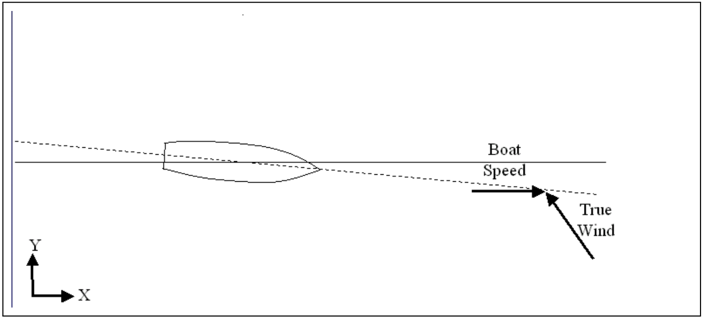


Smith et al, *Int. J. of Heat and Fluid Flow* 31, 262–273 (2012)

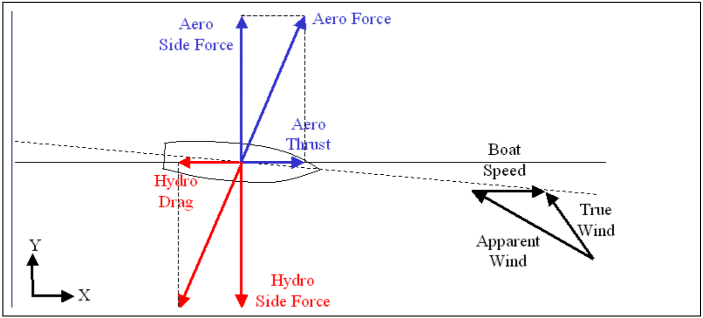
Simulazione numerica del flusso

$$\begin{aligned} \partial_t \mathbf{u} + (\mathbf{u} \cdot \boldsymbol{\nabla})\mathbf{u} - \boldsymbol{\nabla} \cdot \mathbf{T}(\mathbf{u}, p) &= \mathbf{f}, \\ \boldsymbol{\nabla} \cdot \mathbf{u} &= 0, \end{aligned}$$

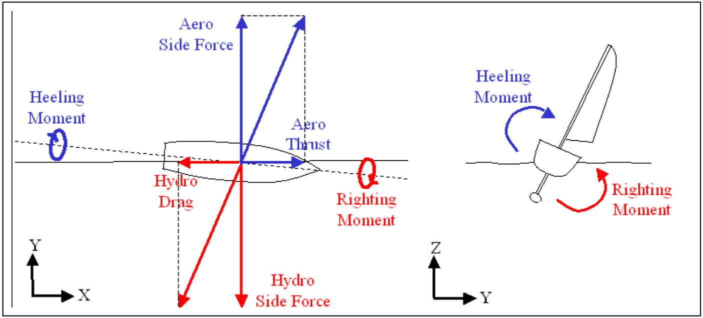
(equazioni alle derivate parziali)

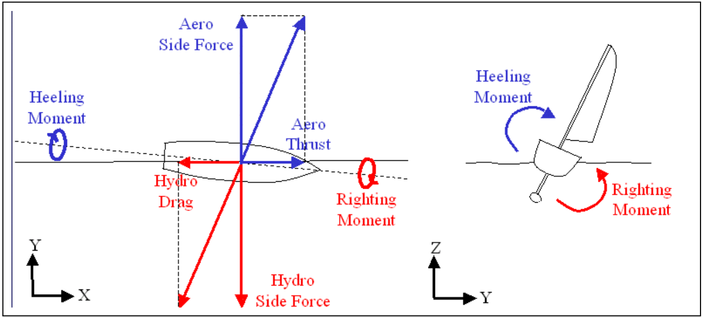

Boat
Speed
True
Wind
Y
X

Matematica e Vela



Matematica e Vela



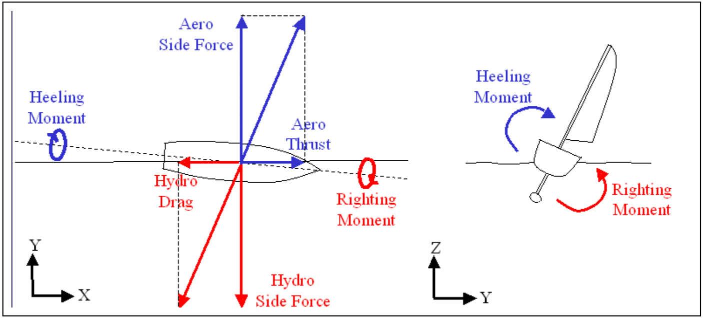


Equilibrio

Per ogni configurazioni, il VPP calcola la velocità V e l'assetto A associato allo stato di equilibrio delle forze (ODE):

$$\begin{cases} M\, a_x = T_a(V,A) - D_h(V,A) \\ M\, a_y = S_a(V,A) - S_h(V,A) \\ I\, \Omega_H = M_H(V,A) - M_R(V,A) \end{cases}$$

Matematica e Vela

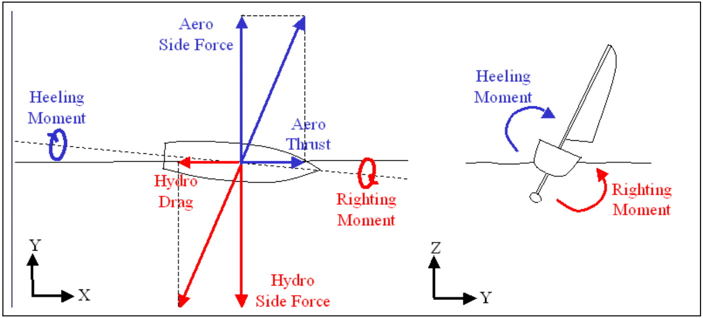


Equilibrio

Per ogni configurazioni, il VPP calcola la velocità V e l'assetto A associato allo stato di equilibrio delle forze (ODE):

$$\begin{cases} M\, a_x = T_a(V,A) - D_h(V,A) \\ M\, a_y = S_a(V,A) - S_h(V,A) \\ I\,\Omega_H = M_H(V,A) - M_R(V,A) \end{cases} \longrightarrow \begin{cases} T_a = D_h \\ S_a = S_h \\ M_H = M_R \end{cases}$$

Matematica e Vela



Equilibrio

Per ogni configurazioni, il VPP calcola la velocità V e l'assetto A associato allo stato di equilibrio delle forze (ODE):

$$\begin{cases} M\,a_x = T_a(V,A) - D_h(V,A) \\ M\,a_y = S_a(V,A) - S_h(V,A) \\ I\,\Omega_H = M_H(V,A) - M_R(V,A) \end{cases} \longrightarrow \begin{cases} T_a = D_h \\ S_a = S_h \\ M_H = M_R \end{cases} \longrightarrow \quad V_{\mathrm{Eq}}, A_{\mathrm{Eq}}$$

Come stimare le forze in gioco

Come stimare le forze in gioco

Vasca navale

Resistenza sullo scafo

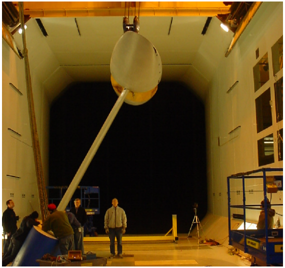
Come stimare le forze in gioco

Vasca navale

Resistenza sullo scafo

Galleria del vento

Forze su vele e appendici



Come stimare le forze in gioco

Vasca navale

Resistenza sullo scafo

Galleria del vento

Forze su vele e appendici

Test in mare

Misure a scala reale

A5_0101 © Th.Martinez ,VALENCIA, SPAIN , 6th April 2005.
Team Alinghi (SUI) training in Valencia (Spain).SUI 64 and SUI 75 sailing in Valencia bay.

Come stimare le forze in gioco

Vasca navale

Resistenza sullo scafo

Galleria del vento

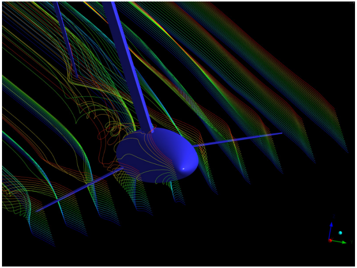
Forze su vele e appendici

Simulazioni CFD

Forze e visualizzazioni

Test in mare

Misure a scala reale



Come stimare le forze in gioco

Vasca navale

Resistenza sullo scafo

Galleria del vento

Forze su vele e appendici

Simulazioni CFD

Forze e visualizzazioni

Test in mare

Misure a scala reale

Per ogni possibile configurazione di progetto:

- Simulazioni e misure sperimentali in un numero limitato di velocita' e assetti $F(V_i, A_j)$;
- Regressione dei dati sul range di parametri $F(V, A)$, $(V_{\text{min}} < V < V_{\text{max}}, A_{\text{min}} < A < A_{\text{max}})$;
- Calcolo delle prestazioni $V_{\mathrm{Eq}}, A_{\mathrm{Eq}}$ con il Velocity Prediction Program (VPP).

Come stimare le forze in gioco

Vasca navale
Resistenza sullo scafo

Galleria del vento
Forze su vele e appendici

VPP

Simulazioni CFD
Forze e visualizzazioni

Test in mare
Misure a scala reale

Per ogni possibile configurazione di progetto:

- Simulazioni e misure sperimentali in un numero limitato di velocita' e assetti $F(V_i, A_j)$;
- Regressione dei dati sul range di parametri $F(V, A)$, ($V_{min} < V < V_{max}, A_{min} < A < A_{max}$);
- Calcolo delle prestazioni $V_{\mathrm{Eq}}, A_{\mathrm{Eq}}$ con il Velocity Prediction Program (VPP).

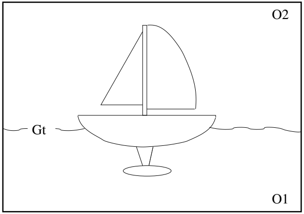
Un modello matematico complesso (PDE)

Un modello matematico complesso (PDE)

Equazioni di Navier–Stokes

$$\begin{aligned} \rho_i \partial_t \mathbf{u}_i + \rho_i (\mathbf{u}_i \cdot \boldsymbol{\nabla}) \mathbf{u}_i - \boldsymbol{\nabla} \cdot \mathbf{T}_i(\mathbf{u}_i, p_i) &= \rho_i \mathbf{g}, \quad \text{in } \Omega_i \\ \boldsymbol{\nabla} \cdot \mathbf{u}_i &= 0, \end{aligned}$$

with $\mathbf{T}_i(\mathbf{u}_i, p_i) = (\mu_i + \mu_{t\,i})(\boldsymbol{\nabla}\mathbf{u}_i + \boldsymbol{\nabla}\mathbf{u}_i{}^T) - p_i \mathbf{I}$.

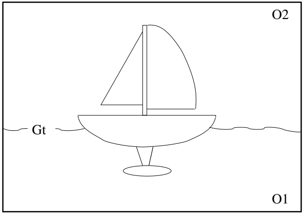


Un modello matematico complesso (PDE)

Equazioni di Navier–Stokes

$$
\begin{aligned}
\rho_i \partial_t \mathbf{u}_i + \rho_i(\mathbf{u}_i \cdot \boldsymbol{\nabla})\mathbf{u}_i - \boldsymbol{\nabla} \cdot \mathbf{T}_i(\mathbf{u}_i, p_i) &= \rho_i \mathbf{g}, \quad \text{in } \Omega_i \\
\boldsymbol{\nabla} \cdot \mathbf{u}_i &= 0,
\end{aligned}
$$

with $\mathbf{T}_i(\mathbf{u}_i, p_i) = (\mu_i + {\mu_t}_i)(\boldsymbol{\nabla}\mathbf{u}_i + \boldsymbol{\nabla}\mathbf{u}_i{}^T) - p_i\mathbf{I}$.



Condizioni di interfaccia

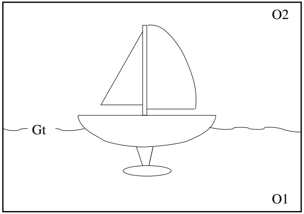
$$
\begin{aligned}
\mathbf{u}_1 &= \mathbf{u}_2, && \text{on } \Gamma, \\
\mathbf{T}_1 \cdot \mathbf{n} &= \mathbf{T}_2 \cdot \mathbf{n} + \kappa\sigma\mathbf{n} && \text{on } \Gamma.
\end{aligned}
$$

Un modello matematico complesso (PDE)

Equazioni di Navier–Stokes

$$\begin{aligned} \rho_i \partial_t \mathbf{u}_i + \rho_i (\mathbf{u}_i \cdot \nabla)\mathbf{u}_i - \nabla \cdot \mathbf{T}_i(\mathbf{u}_i, p_i) &= \rho_i \mathbf{g}, \quad \text{in } \Omega_i \\ \nabla \cdot \mathbf{u}_i &= 0, \end{aligned}$$

with $\mathbf{T}_i(\mathbf{u}_i, p_i) = (\mu_i + \mu_{t\,i})(\nabla \mathbf{u}_i + \nabla \mathbf{u}_i{}^T) - p_i \mathbf{I}$.



Condizioni di interfaccia

$$\begin{aligned} \mathbf{u}_1 &= \mathbf{u}_2, & \text{on } \Gamma, \\ \mathbf{T}_1 \cdot \mathbf{n} &= \mathbf{T}_2 \cdot \mathbf{n} + \kappa \sigma \mathbf{n} & \text{on } \Gamma. \end{aligned}$$

Formulazione ad un fluido

$$\begin{aligned} \partial_t \rho + \mathbf{u} \cdot \nabla \rho &= 0, \\ \rho \partial_t \mathbf{u} + \rho (\mathbf{u} \cdot \nabla)\mathbf{u} - \nabla \cdot \mathbf{T}(\mathbf{u}, p) &= \rho \mathbf{g} + \mathbf{f}_\Gamma, \quad \text{in } \Omega \\ \nabla \cdot \mathbf{u} &= 0, \end{aligned}$$

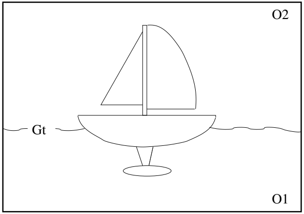
with $\mathbf{T}(\mathbf{u}, p) = (\mu + \mu_t)(\nabla \mathbf{u} + \nabla \mathbf{u}^T) - p\mathbf{I}$.

Un modello matematico complesso (PDE)

Equazioni di Navier–Stokes

$$
\begin{aligned}
\rho_i \partial_t \mathbf{u}_i + \rho_i (\mathbf{u}_i \cdot \nabla)\mathbf{u}_i - \nabla \cdot \mathbf{T}_i(\mathbf{u}_i, p_i) &= \rho_i \mathbf{g}, \quad \text{in } \Omega_i \\
\nabla \cdot \mathbf{u}_i &= 0,
\end{aligned}
$$

with $\mathbf{T}_i(\mathbf{u}_i, p_i) = (\mu_i + {\mu_t}_i)(\nabla \mathbf{u}_i + \nabla \mathbf{u}_i{}^T) - p_i \mathbf{I}$.



Condizioni di interfaccia

$$
\begin{aligned}
\mathbf{u}_1 &= \mathbf{u}_2, && \text{on } \Gamma, \\
\mathbf{T}_1 \cdot \mathbf{n} &= \mathbf{T}_2 \cdot \mathbf{n} + \kappa\sigma\mathbf{n} && \text{on } \Gamma.
\end{aligned}
$$

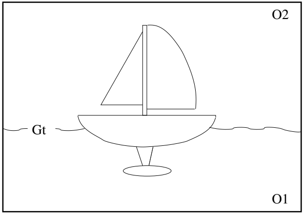
Formulazione ad un fluido

$$
\begin{aligned}
\partial_t \rho + \mathbf{u} \cdot \nabla \rho &= 0, \\
\rho \partial_t \mathbf{u} + \rho (\mathbf{u} \cdot \nabla)\mathbf{u} - \nabla \cdot \mathbf{T}(\mathbf{u}, p) &= \rho \mathbf{g} + \mathbf{f}_\Gamma, \quad \text{in } \Omega \\
\nabla \cdot \mathbf{u} &= 0,
\end{aligned}
$$

with $\mathbf{T}(\mathbf{u}, p) = (\mu + \mu_t)(\nabla \mathbf{u} + \nabla \mathbf{u}^T) - p\mathbf{I}$.

- $\rho = \rho(\mathbf{x})$
  $\mu = \mu(\mathbf{x})$

Un modello matematico complesso (PDE)



Equazioni di Navier–Stokes

$$\begin{aligned}\rho_i \partial_t \mathbf{u}_i + \rho_i (\mathbf{u}_i \cdot \boldsymbol{\nabla}) \mathbf{u}_i - \boldsymbol{\nabla} \cdot \mathbf{T}_i(\mathbf{u}_i, p_i) &= \rho_i \mathbf{g}, \quad \text{in } \Omega_i \\ \boldsymbol{\nabla} \cdot \mathbf{u}_i &= 0,\end{aligned}$$

with $\mathbf{T}_i(\mathbf{u}_i, p_i) = (\mu_i + {\mu_t}_i)(\boldsymbol{\nabla}\mathbf{u}_i + \boldsymbol{\nabla}{\mathbf{u}_i}^T) - p_i \mathbf{I}$.

Condizioni di interfaccia

$$\begin{aligned}\mathbf{u}_1 &= \mathbf{u}_2, & \text{on } \Gamma, \\ \mathbf{T}_1 \cdot \mathbf{n} &= \mathbf{T}_2 \cdot \mathbf{n} + \kappa\sigma\mathbf{n} & \text{on } \Gamma.\end{aligned}$$

Formulazione ad un fluido

$$\begin{aligned}\partial_t \rho + \mathbf{u} \cdot \boldsymbol{\nabla} \rho &= 0, \\ \rho \partial_t \mathbf{u} + \rho (\mathbf{u} \cdot \boldsymbol{\nabla}) \mathbf{u} - \boldsymbol{\nabla} \cdot \mathbf{T}(\mathbf{u}, p) &= \rho \mathbf{g} + \mathbf{f}_\Gamma, \quad \text{in } \Omega \\ \boldsymbol{\nabla} \cdot \mathbf{u} &= 0,\end{aligned}$$

with $\mathbf{T}(\mathbf{u}, p) = (\mu + \mu_t)(\boldsymbol{\nabla}\mathbf{u} + \boldsymbol{\nabla}\mathbf{u}^T) - p\mathbf{I}$.

- $\rho = \rho(\mathbf{x})$
  $\mu = \mu(\mathbf{x})$
- $\mathbf{f}_\Gamma = \kappa\sigma\delta_\Gamma\mathbf{n}$

Discretizzazione e griglie di calcolo

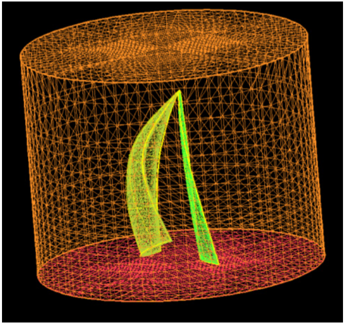
- Equazioni differenziali non risolvibili analiticamente

Discretizzazione e griglie di calcolo

- Equazioni differenziali non risolvibili analiticamente
- Discretizzazione del problema (dal continuo al discreto)

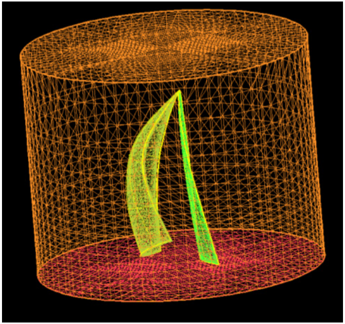
Discretizzazione e griglie di calcolo

- Equazioni differenziali non risolvibili analiticamente
- Discretizzazione del problema (dal continuo al discreto)
- Decomposizione del dominio fisico in una griglia computazionale



Discretizzazione e griglie di calcolo

- Equazioni differenziali non risolvibili analiticamente
- Discretizzazione del problema (dal continuo al discreto)
- Decomposizione del dominio fisico in una griglia computazionale
- La soluzione del problema discretizzato è il valore dell'incognite (velocità, pressione, ...) in un numero finito (ma grande) di punti e di istanti temporali



$$\mathbf{u}(\mathbf{x}, t) \longrightarrow \mathbf{u}(\mathbf{x}_i, t^n)$$

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t}(\mathbf{x}, t) \longrightarrow \frac{\mathbf{u}(\mathbf{x}_i, t^{n+1}) - \mathbf{u}(\mathbf{x}_i, t^n)}{dt}$$

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial x}(\mathbf{x}, t) \longrightarrow \frac{p(\mathbf{x}_i + \mathbf{dx}, t^n) - p(\mathbf{x}_i - \mathbf{dx},, t^n)}{2dx}$$

Problema discreto

- Il problema è sempre ricondotto a un sistema lineare

Problema discreto

- Il problema è sempre ricondotto a un sistema lineare

Esempio di sistema lineare: trovare x_1 e x_2 tali che

$$\begin{cases} -x_1 + 2x_2 = 0 \\ 2x_1 - 3x_2 = 1 \end{cases} \qquad \text{2 equazioni e 2 incognite}$$

Problema discreto

- Il problema è sempre ricondotto a un sistema lineare

Esempio di sistema lineare: trovare x_1 e x_2 tali che

$$\begin{cases} -x_1 + 2x_2 = 0 \\ 2x_1 - 3x_2 = 1 \end{cases} \qquad \text{2 equazioni e 2 incognite}$$

Soluzione:

Problema discreto

- Il problema è sempre ricondotto a un sistema lineare

Esempio di sistema lineare: trovare x_1 e x_2 tali che

$$\begin{cases} -x_1 + 2x_2 = 0 \\ 2x_1 - 3x_2 = 1 \end{cases} \qquad \text{2 equazioni e 2 incognite}$$

Soluzione: isolo x_1 nella prima equazione

$$x_1 = 2x_2$$

Problema discreto

- Il problema è sempre ricondotto a un sistema lineare

Esempio di sistema lineare: trovare x_1 e x_2 tali che

$$\begin{cases} -x_1 + 2x_2 = 0 \\ 2x_1 - 3x_2 = 1 \end{cases} \qquad \text{2 equazioni e 2 incognite}$$

Soluzione: isolo x_1 nella prima equazione e sostituisco nella seconda

$$x_1 = 2x_2$$

$$2(2x_2) - 3x_2 = 1$$

Problema discreto

- Il problema è sempre ricondotto a un sistema lineare

Esempio di sistema lineare: trovare x_1 e x_2 tali che

$$\begin{cases} -x_1 + 2x_2 = 0 \\ 2x_1 - 3x_2 = 1 \end{cases} \qquad \text{2 equazioni e 2 incognite}$$

Soluzione: isolo x_1 nella prima equazione e sostituisco nella seconda

$$x_1 = 2x_2$$

$$2(2x_2) - 3x_2 = 1 \quad \longrightarrow \quad \mathbf{x_2 = 1}$$

- Nel nostro caso abbiamo milioni di equazioni e milioni di incognite

Problema discreto

- Il problema è sempre ricondotto a un sistema lineare

Esempio di sistema lineare: trovare x_1 e x_2 tali che

$$\begin{cases} -x_1 + 2x_2 = 0 \\ 2x_1 - 3x_2 = 1 \end{cases} \qquad \text{2 equazioni e 2 incognite}$$

Soluzione: isolo x_1 nella prima equazione e sostituisco nella seconda

$$x_1 = 2x_2 \qquad \longrightarrow \qquad \mathbf{x_1 = 2}$$

$$2(2x_2) - 3x_2 = 1 \qquad \longrightarrow \qquad \mathbf{x_2 = 1}$$

E se le incognite sono di più ?

La *regola di Cramer* fornisce esplicitamente la soluzione per qualunque numero di incognite.

E se le incognite sono di più ?

La *regola di Cramer* fornisce esplicitamente la soluzione per qualunque numero di incognite.

Quanto costa ? $\mathcal{O}((N+1)!)$ operazioni

E se le incognite sono di più ?

La *regola di Cramer* fornisce esplicitamente la soluzione per qualunque numero di incognite.
Quanto costa ? $\mathcal{O}((N+1)!)$ operazioni

Dimensioni del sistema		Numero di operazioni
2×2	$\longrightarrow$	6

E se le incognite sono di più ?

La *regola di Cramer* fornisce esplicitamente la soluzione per qualunque numero di incognite.
Quanto costa ? $\mathcal{O}((N+1)!)$ operazioni

Dimensioni del sistema		Numero di operazioni
2×2	$\longrightarrow$	6
3×3	$\longrightarrow$	24

E se le incognite sono di più ?

La *regola di Cramer* fornisce esplicitamente la soluzione per qualunque numero di incognite.
Quanto costa ? $\mathcal{O}((N+1)!)$ operazioni

Dimensioni del sistema		Numero di operazioni
2×2	$\longrightarrow$	6
3×3	$\longrightarrow$	24
5×5	$\longrightarrow$	720

E se le incognite sono di più ?

La *regola di Cramer* fornisce esplicitamente la soluzione per qualunque numero di incognite.
Quanto costa ? $\mathcal{O}((N+1)!)$ operazioni

Dimensioni del sistema		Numero di operazioni
2×2	$\longrightarrow$	6
3×3	$\longrightarrow$	24
5×5	$\longrightarrow$	720
10×10	$\longrightarrow$	4×10^7

E se le incognite sono di più ?

La *regola di Cramer* fornisce esplicitamente la soluzione per qualunque numero di incognite.
Quanto costa ? $\mathcal{O}((N+1)!)$ operazioni

Dimensioni del sistema		Numero di operazioni
2×2	$\longrightarrow$	6
3×3	$\longrightarrow$	24
5×5	$\longrightarrow$	720
10×10	$\longrightarrow$	4×10^7
25×25	$\longrightarrow$	1×10^{27}

E se le incognite sono di più ?

La *regola di Cramer* fornisce esplicitamente la soluzione per qualunque numero di incognite.
Quanto costa ? $\mathcal{O}((N+1)!)$ operazioni

Dimensioni del sistema		Numero di operazioni
2×2	$\longrightarrow$	6
3×3	$\longrightarrow$	24
5×5	$\longrightarrow$	720
10×10	$\longrightarrow$	4×10^{7}
25×25	$\longrightarrow$	1×10^{27}
100×100	$\longrightarrow$	9×10^{159}

E se le incognite sono di più ?

La *regola di Cramer* fornisce esplicitamente la soluzione per qualunque numero di incognite.
Quanto costa ? $\mathcal{O}((N+1)!)$ operazioni

Dimensioni del sistema		Numero di operazioni
2×2	$\longrightarrow$	6
3×3	$\longrightarrow$	24
5×5	$\longrightarrow$	720
10×10	$\longrightarrow$	4×10^7
25×25	$\longrightarrow$	1×10^{27}
100×100	$\longrightarrow$	9×10^{159}

- Tianhe2 (National Super Computer Center in Guangzhou, Cina) è il computer più veloce del mondo

E se le incognite sono di più ?

La *regola di Cramer* fornisce esplicitamente la soluzione per qualunque numero di incognite.
Quanto costa ? $\mathcal{O}((N+1)!)$ operazioni

Dimensioni del sistema		Numero di operazioni
2×2	$\longrightarrow$	6
3×3	$\longrightarrow$	24
5×5	$\longrightarrow$	720
10×10	$\longrightarrow$	4×10^7
25×25	$\longrightarrow$	1×10^{27}
100×100	$\longrightarrow$	9×10^{159}

- Tianhe2 (National Super Computer Center in Guangzhou, Cina) è il computer più veloce del mondo
- Esegue 33 862 TeraFLOPS (ovvero circa 34×10^{15} operazioni al secondo)

E se le incognite sono di più ?

La *regola di Cramer* fornisce esplicitamente la soluzione per qualunque numero di incognite.
Quanto costa ? $\mathcal{O}((N+1)!)$ operazioni

Dimensioni del sistema		Numero di operazioni
2×2	$\longrightarrow$	6
3×3	$\longrightarrow$	24
5×5	$\longrightarrow$	720
10×10	$\longrightarrow$	4×10^7
25×25	$\longrightarrow$	1×10^{27}
100×100	$\longrightarrow$	9×10^{159}

- Tianhe2 (National Super Computer Center in Guangzhou, Cina) è il computer più veloce del mondo
- Esegue 33 862 TeraFLOPS (ovvero circa 34×10^{15} operazioni al secondo)
- Ci metterebbe 1000 anni a risolvere un sistema 25×25 con la regola di Cramer!

Ma i sistemi veri sono piu' grandi ...

- Una simulazione tipica per lo scafo arriva ad avere sistemi di dimensione $N = 200\,000\,000$
- Con il *metodo di eliminazione di Gauss* si ottiene una soluzione in $\mathcal{O}(N^3)$ operazioni

Ma i sistemi veri sono piu' grandi ...

- Una simulazione tipica per lo scafo arriva ad avere sistemi di dimensione $N = 200\,000\,000$
- Con il *metodo di eliminazione di Gauss* si ottiene una soluzione in $\mathcal{O}(N^3)$ operazioni

Dimensioni del sistema	Numero di operazioni

Ma i sistemi veri sono piu' grandi ...

- Una simulazione tipica per lo scafo arriva ad avere sistemi di dimensione $N = 200\,000\,000$
- Con il *metodo di eliminazione di Gauss* si ottiene una soluzione in $\mathcal{O}(N^3)$ operazioni

Dimensioni del sistema		Numero di operazioni
10×10	$\longrightarrow$	4×10^2

Ma i sistemi veri sono piu' grandi ...

- Una simulazione tipica per lo scafo arriva ad avere sistemi di dimensione $N = 200\,000\,000$
- Con il *metodo di eliminazione di Gauss* si ottiene una soluzione in $\mathcal{O}(N^3)$ operazioni

Dimensioni del sistema		Numero di operazioni
10×10	$\longrightarrow$	4×10^2
100×100	$\longrightarrow$	3×10^5

Ma i sistemi veri sono piu' grandi ...

- Una simulazione tipica per lo scafo arriva ad avere sistemi di dimensione $N = 200\,000\,000$
- Con il *metodo di eliminazione di Gauss* si ottiene una soluzione in $\mathcal{O}(N^3)$ operazioni

Dimensioni del sistema		Numero di operazioni
10×10	$\longrightarrow$	4×10^2
100×100	$\longrightarrow$	3×10^5
$10\,000 \times 10000$	$\longrightarrow$	3×10^{11}

Ma i sistemi veri sono piu' grandi ...

- Una simulazione tipica per lo scafo arriva ad avere sistemi di dimensione $N = 200\,000\,000$
- Con il *metodo di eliminazione di Gauss* si ottiene una soluzione in $\mathcal{O}(N^3)$ operazioni

Dimensioni del sistema		Numero di operazioni
10×10	$\longrightarrow$	4×10^2
100×100	$\longrightarrow$	3×10^5
$10\,000 \times 10000$	$\longrightarrow$	3×10^{11}
$200\,000\,000 \times 200\,000\,000$	$\longrightarrow$	3×10^{24}

Ma i sistemi veri sono piu' grandi ...

- Una simulazione tipica per lo scafo arriva ad avere sistemi di dimensione $N = 200\,000\,000$
- Con il *metodo di eliminazione di Gauss* si ottiene una soluzione in $\mathcal{O}(N^3)$ operazioni

Dimensioni del sistema		Numero di operazioni
10×10	$\longrightarrow$	4×10^2
100×100	$\longrightarrow$	3×10^5
$10\,000 \times 10000$	$\longrightarrow$	3×10^{11}
$200\,000\,000 \times 200\,000\,000$	$\longrightarrow$	3×10^{24}

- Tianhe2 ci metterebbe comunque 3 anni a risolvere il sistema necessario per una simulazione dello scafo

Hardware + Software

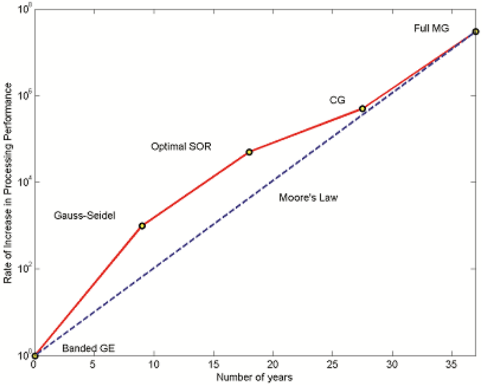
- La velocità di elaborazione dei calcolatori è cresciuta in modo esponenziale

Hardware + Software

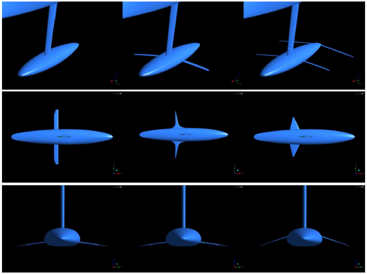
- La velocità di elaborazione dei calcolatori è cresciuta in modo esponenziale
- Parallelamente, si sono sviluppati algoritmi sempre più efficaci

Hardware + Software

- La velocità di elaborazione dei calcolatori è cresciuta in modo esponenziale
- Parallelamente, si sono sviluppati algoritmi sempre più efficaci

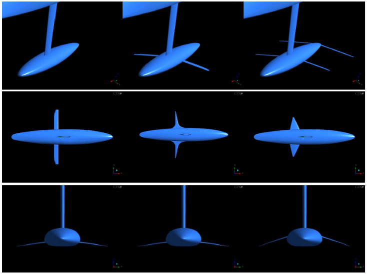


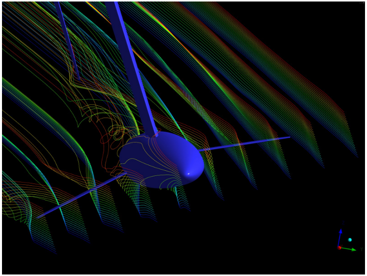
Progetto delle appendici: bulbo, chiglia e alette



- Simulazione del flusso attorno alle appendici in diverse condizioni di regata
- Studi parametrici per diverse scelte di progetto
- Analisi di soluzioni radicalmente innovative

Progetto delle appendici: bulbo, chiglia e alette

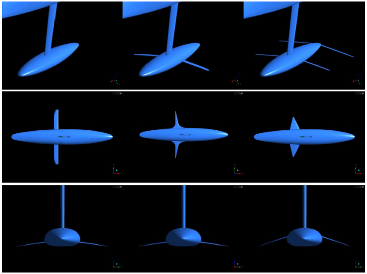


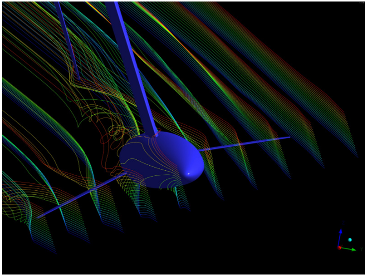


- Simulazione del flusso attorno alle appendici in diverse condizioni di regata
- Studi parametrici per diverse scelte di progetto
- Analisi di soluzioni radicalmente innovative

- Necessarie griglie di calcolo molto raffinate
- Utilizzo di visualizzazioni complesse per individuare strutture fluidodinamiche di interesse

Progetto delle appendici: bulbo, chiglia e alette





- Simulazione del flusso attorno alle appendici in diverse condizioni di regata
- Studi parametrici per diverse scelte di progetto
- Analisi di soluzioni radicalmente innovative

- Necessarie griglie di calcolo molto raffinate
- Utilizzo di visualizzazioni complesse per individuare strutture fluidodinamiche di interesse

(in collaborazione con A. Quarteroni, D. Detomi, M. Lombardi)

Dinamica (rigida) dell'imbarcazione

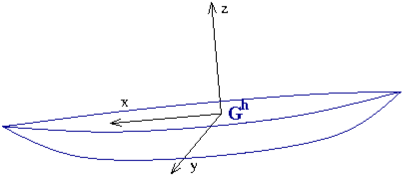
Seconda legge di Newton (forza = massa x accelerazione)

$$m\ddot{\mathbf{X}}_G = \mathbf{F} \qquad \text{(lineare)}$$

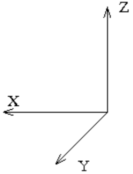
Dinamica (rigida) dell'imbarcazione

Seconda legge di Newton (forza = massa x accelerazione)

$$m\ddot{\mathbf{X}}_G = \mathbf{F} \qquad \text{(lineare)}$$



Sistema di riferimento locale ($\mathbf{G}_c; x, y, z$)

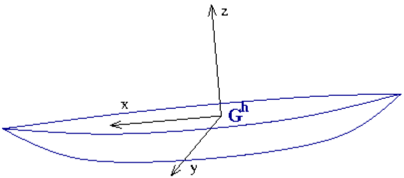


Sistema di riferimento globale ($\mathbf{O}; X, Y, Z$)

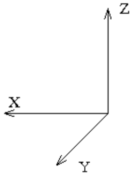
Dinamica (rigida) dell'imbarcazione

Seconda legge di Newton (forza = massa x accelerazione)

$$m\ddot{\mathbf{X}}_G = \mathbf{F} \qquad \text{(lineare)}$$



Sistema di riferimento locale ($\mathbf{G}_c; x, y, z$)



Sistema di riferimento globale ($\mathbf{O}; X, Y, Z$)

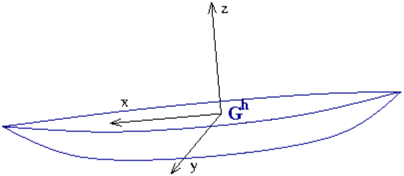
$$\mathcal{R} = \begin{bmatrix} \cos\theta\cos\psi & \sin\phi\sin\theta\cos\psi - \cos\phi\sin\psi & \cos\phi\sin\theta\cos\psi + \sin\phi\sin\psi \\ \cos\theta\cos\psi & \sin\phi\sin\theta\sin\psi + \cos\phi\cos\psi & \cos\phi\sin\theta\sin\psi - \sin\phi\cos\psi \\ -\sin\theta & \sin\phi\cos\theta & \cos\phi\cos\theta \end{bmatrix}$$

$$I_G = \begin{bmatrix} I_{xx} & I_{xy} & I_{xz} \\ I_{yx} & I_{yy} & I_{yz} \\ I_{zx} & I_{zy} & I_{zz} \end{bmatrix}$$

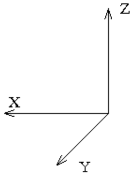
Dinamica (rigida) dell'imbarcazione

Seconda legge di Newton (forza = massa x accelerazione)

$$
\begin{aligned}
m\ddot{\mathbf{X}}_G &= \mathbf{F} && \text{(lineare)} \\
\mathcal{R} I_G \mathcal{R}^{-1}\dot{\boldsymbol{\omega}} + \boldsymbol{\omega} \times \mathcal{R} I_G \mathcal{R}^{-1}\boldsymbol{\omega} &= \mathbf{M}_G && \text{(angolare)}
\end{aligned}
$$



Sistema di riferimento locale ($\mathbf{G}_c; x, y, z$)

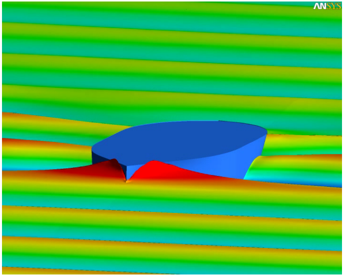


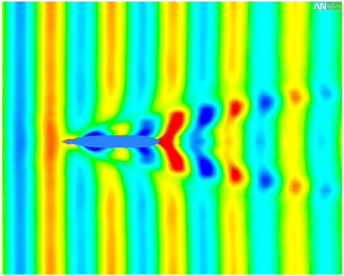
Sistema di riferimento globale ($\mathbf{O}; X, Y, Z$)

$$
\mathcal{R} = \begin{bmatrix} \cos\theta\cos\psi & \sin\phi\sin\theta\cos\psi - \cos\phi\sin\psi & \cos\phi\sin\theta\cos\psi + \sin\phi\sin\psi \\ \cos\theta\cos\psi & \sin\phi\sin\theta\sin\psi + \cos\phi\cos\psi & \cos\phi\sin\theta\sin\psi - \sin\phi\cos\psi \\ -\sin\theta & \sin\phi\cos\theta & \cos\phi\cos\theta \end{bmatrix}
$$

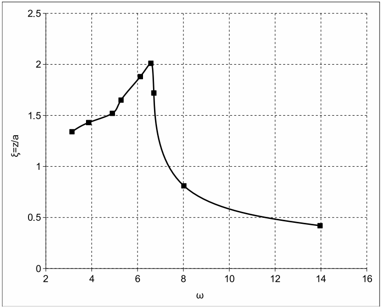
$$
I_G = \begin{bmatrix} I_{xx} & I_{xy} & I_{xz} \\ I_{yx} & I_{yy} & I_{yz} \\ I_{zx} & I_{zy} & I_{zz} \end{bmatrix}
$$

Dinamica in mare ondoso





- Modello numerico del campo ondoso
- Analisi di tenuta del mare (*seakeeping*)
- Risposta dinamica dell'imbarcazione a diverse frequenze e ampiezze d'onda



Massimo affondamento *vs* Frequenza d'onda

Interazione vento/vele

- Di bolina, flusso sostanzialmente attaccato (no separazioni)
- Modelli più semplici di flusso (a potenziale)
- Accoppiamento fluido-struttura tra un solutore strutturale e un codice a pannelli

- Di poppa, il flusso separato attorno a spinnaker/gennaker
- Solutori fluidi basati sulle equazioni di Navier-Stokes
- Sviluppo di algoritmi di accoppiamento fluido-struttura

Interazione Fluido-Stuttura Vento/Vele

Solutore strutturale: data la pressione sulla vela, calcola deformazione e velocità

$$(\mathbf{G}, \mathbf{U}) = \mathtt{Struct}(P)$$

Solutore fluido: date posizione e velocita' della vela, calcola pressione

$$P = \mathtt{Fluid}(\mathbf{G}, \mathbf{U})$$

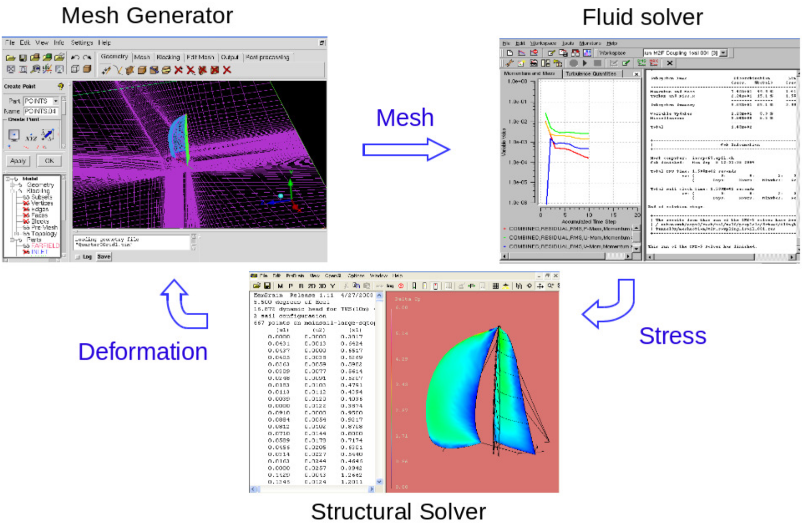
Accoppiamento FSI: dato un campo iniziale di pressione P_0, si itera, per $k = 1, \ldots$

$$(G_{k+1}, \mathbf{U}_{k+1}) = \mathtt{Struct}(p_k)$$

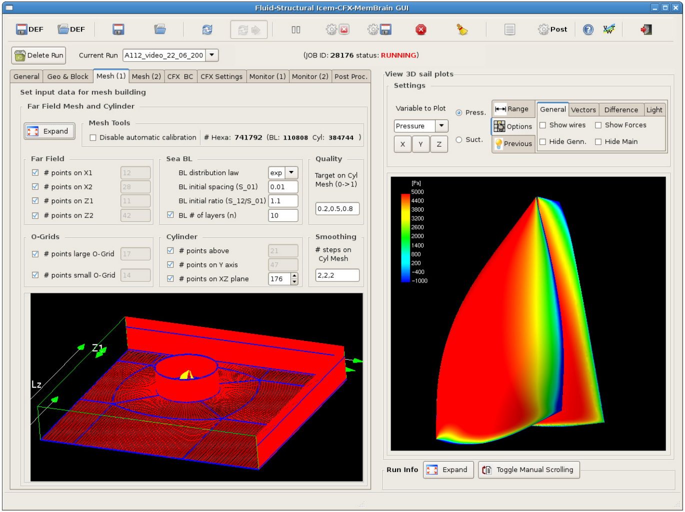
$$P_{k+1} = \mathtt{Fluid}(G_{k+1}, \mathbf{U}_{k+1})$$

fino a convergenza.

Virtual Wind Tunnel (VWT)

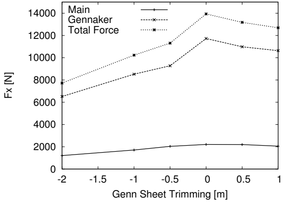


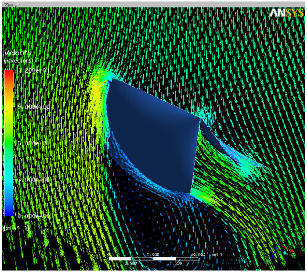
Virtual Wind Tunnel (VWT)

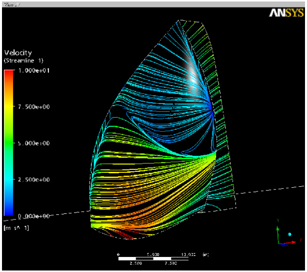


Simulazioni FSI stazionarie per le vele

- Analisi di diverse forme e regolazioni (trimming)
- Identificazione del trimming ottimale



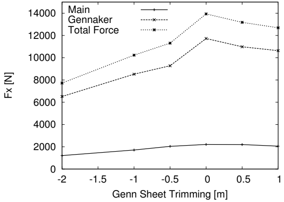


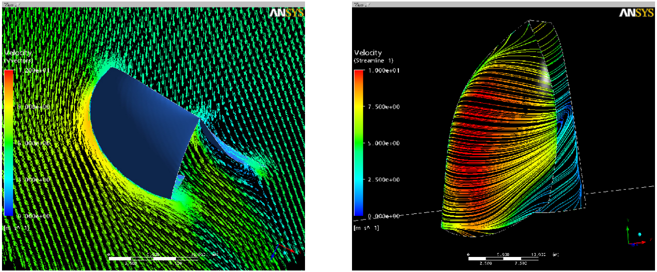


Gennaker Sheet Trimming GS=-1 m

Simulazioni FSI stazionarie per le vele

- Analisi di diverse forme e regolazioni (trimming)
- Identificazione del trimming ottimale





Gennaker Sheet Trimming GS=0.5 m

Matematica per vincere

31ª Coppa America

- Auckland (NZ), Febbraio 2003
- Defender: Team New Zealand (NZ)
- Challenger: Alinghi (SUI)

Matematica per vincere

31^{a} Coppa America

- Auckland (NZ), Febbraio 2003
- Defender: Team New Zealand (NZ)
- Challenger: Alinghi (SUI)

Matematica per vincere

31ª Coppa America

- Auckland (NZ), Febbraio 2003
- Defender: Team New Zealand (NZ)
- Challenger: Alinghi (SUI)

32ª Coppa America

- Valencia (E), Luglio 2007
- Defender: Alinghi (SUI)
- Challenger: Team New Zealand (TNZ)

Matematica per vincere

31$^{\text{a}}$ Coppa America

- Auckland (NZ), Febbraio 2003
- Defender: Team New Zealand (NZ)
- Challenger: Alinghi (SUI)

32$^{\text{a}}$ Coppa America

- Valencia (E), Luglio 2007
- Defender: Alinghi (SUI)
- Challenger: Team New Zealand (TNZ)

Matematica per vincere

31ª Coppa America

- Auckland (NZ), Febbraio 2003
- Defender: Team New Zealand (NZ)
- Challenger: Alinghi (SUI)

32ª Coppa America

- Valencia (E), Luglio 2007
- Defender: Alinghi (SUI)
- Challenger: Team New Zealand (TNZ)

33ª Coppa America

- Valencia (E), Febbraio 2010
- Defender: Alinghi (SUI)
- Challenger: BMW Oracle Racing (USA)

Matematica per vincere (purtroppo non sempre)

31ª Coppa America

- Auckland (NZ), Febbraio 2003
- Defender: Team New Zealand (NZ)
- Challenger: Alinghi (SUI)

32ª Coppa America

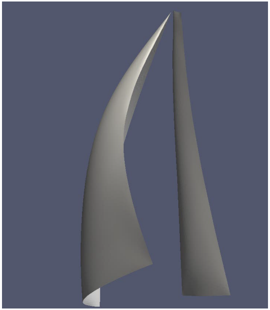
- Valencia (E), Luglio 2007
- Defender: Alinghi (SUI)
- Challenger: Team New Zealand (TNZ)

33ª Coppa America

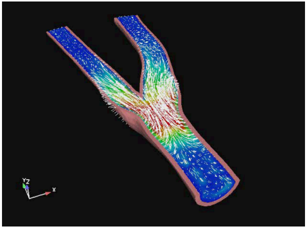
- Valencia (E), Febbraio 2010
- Defender: Alinghi (SUI)
- Challenger: BMW Oracle Racing (USA)

Generalità dei metodi sviluppati

- Sviluppo teorico ed algoritmico utilizzabile in diversi ambiti
- Integrazione di risultati e teorie sviluppate per diverse applicazioni



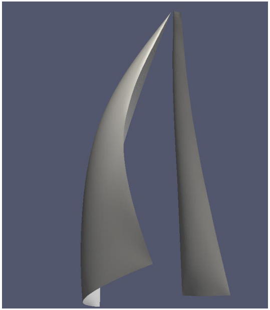
Interazione vento/vela



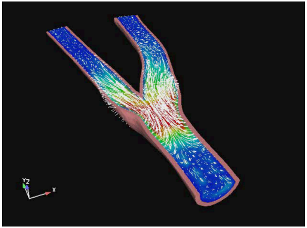
Interazione sangue/arteria

Generalità dei metodi sviluppati

- Sviluppo teorico ed algoritmico utilizzabile in diversi ambiti
- Integrazione di risultati e teorie sviluppate per diverse applicazioni



Interazione vento/vela



Interazione sangue/arteria

La "stessa matematica" governa fenomeni molto diversi

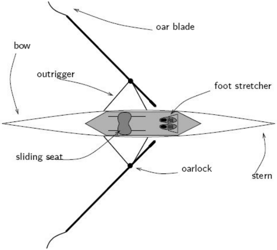
Matematica e Canottaggio Olimpico

Problema complesso:

- superficie libera
- flussi turbolenti
- dinamica dei vogatori

Modelli sviluppati:

- ricostruzione del sistema scafo/remi/vogatori
- modello dinamico rapido con fluidodinamica semplificata
- accoppiamento con modelli fluidodinamici completi
- analisi dell'effetto della profondità del bacino



(in collaborazione con L. Formaggia, E. Miglio, A. Mola, M. Pischiutta)

Dinamica dello scafo

Equazioni per la quantità di moto (lineare e angolare) per lo scafo

$$M\ddot{\mathbf{G}}^c = M\mathbf{g} + \mathbf{F}^w$$

$$\mathcal{R}I_G\mathcal{R}^{-1}\dot{\boldsymbol{\omega}} + \boldsymbol{\omega} \times \mathcal{R}I_G\mathcal{R}^{-1}\boldsymbol{\omega} = \mathbf{M}^w$$

Dinamica dello scafo (con forzanti)

Equazioni per la quantità di moto (lineare e angolare) per lo scafo

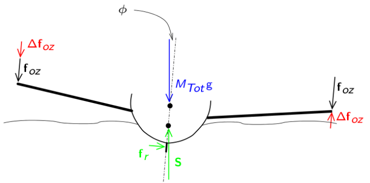
$$
\begin{aligned}
M\ddot{\mathbf{G}}^c &= M\mathbf{g} + \mathbf{F}^w + \sum_{j=1}^{n}(\mathbf{F}_{ol_j} + \mathbf{F}_{or_j}) + \sum_{j=1}^{n}(\mathbf{F}_{sl_j} + \mathbf{F}_{sr_j}) \\
&+ \sum_{j=1}^{n}(\mathbf{F}_{fl_j} + \mathbf{F}_{fr_j}) \\
\mathcal{R}I_G\mathcal{R}^{-1}\dot{\boldsymbol{\omega}} + \boldsymbol{\omega} \times \mathcal{R}I_G\mathcal{R}^{-1}\boldsymbol{\omega} &= \mathbf{M}^w + \sum_{j=1}^{n}\left[\left(\mathbf{X}_{ol_j} - \mathbf{G}^h\right) \times \mathbf{F}_{ol_j} + \left(\mathbf{X}_{or_j} - \mathbf{G}^h\right) \times \mathbf{F}_{or_j}\right] \\
&+ \sum_{j=1}^{n}\left[\left(\mathbf{X}_{sl_j} - \mathbf{G}^h\right) \times \mathbf{F}_{sl_j} + \left(\mathbf{X}_{sr_j} - \mathbf{G}^h\right) \times \mathbf{F}_{sr_j}\right] \\
&+ \sum_{j=1}^{n}\left[\left(\mathbf{X}_{fl_j} - \mathbf{G}^h\right) \times \mathbf{F}_{fl_j} + \left(\mathbf{X}_{fr_j} - \mathbf{G}^h\right) \times \mathbf{F}_{fr_j}\right]
\end{aligned}
$$

$\mathbf{F}_{ol_j}$, $\mathbf{F}_{or_j}$: forze sugli scalmi
$\mathbf{F}_{sl_j}$, $\mathbf{F}_{sr_j}$: forze sulle sedute
$\mathbf{F}_{fl_j}$, $\mathbf{F}_{fr_j}$: forze sulle pedane

Un semplice modello di controllo

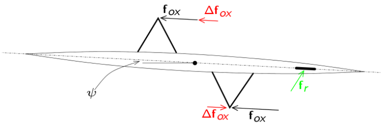
Il sistema è intrinsecamente instabile e richiede un modello di controllo.

Controllo del rollio



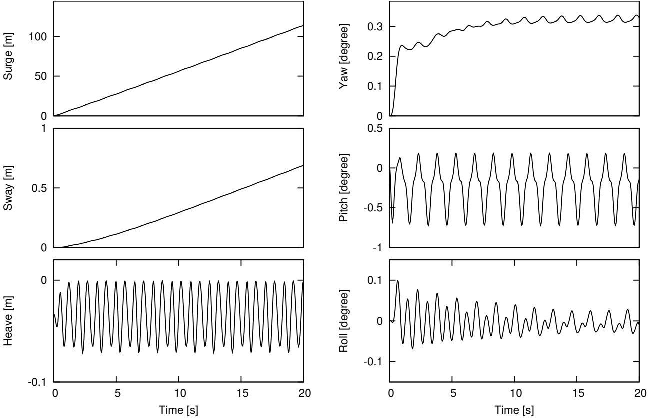
$$F_{o,x} = \begin{cases} F_x^{max} \sin(\frac{\pi t}{\tau_a})^2 \pm k_{\text{Roll}}\phi, & \text{if } 0 \leq t \leq \tau_a \\ \pm k_{\text{Roll}}\phi & \text{if } \tau_a < t \leq T \end{cases}$$

Controllo dell'imbardata



$$F_{o,z} = \begin{cases} (F_z^{max} \pm k_{\text{Yaw}}\psi) \sin(\frac{\pi t}{\tau_a})^2, & \text{if } 0 \leq t \leq \tau_a \\ 0 & \text{if } \tau_a < t \leq T \end{cases}$$

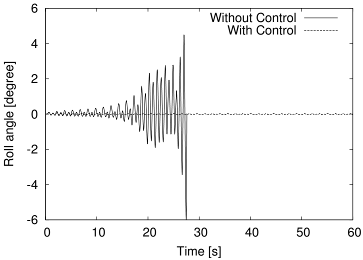
Caso non-simmetrico: 4 senza (di punta)



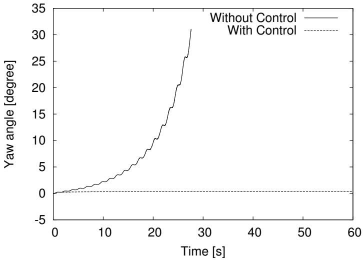
$$
\begin{aligned}
F_{X_{max}\ 1} &= 1300\text{N} \quad & F_{Z_{max}\ 1} &= 230\text{N} \\
F_{X_{max}\ 2} &= 1200\text{N} \quad & F_{Z_{max}\ 1} &= 200\text{N} \\
F_{X_{max}\ 3} &= 1200\text{N} \quad & F_{Z_{max}\ 1} &= 200\text{N} \\
F_{X_{max}\ 4} &= 1200\text{N} \quad & F_{Z_{max}\ 1} &= 200\text{N}
\end{aligned}
$$

Efficacia del controllo

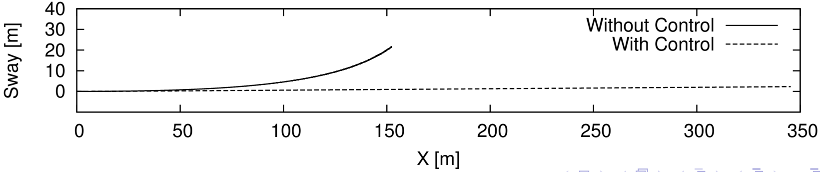
Rollio



Imbardata

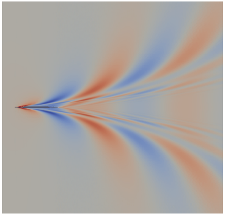


Traiettoria dell'imbarcazione

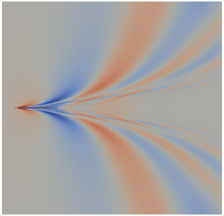


Profondità del bacino di gara

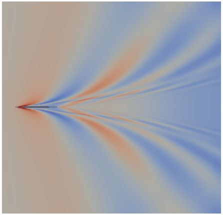
- Ricerca commissionata della Federazione internazionale (FISA)
- Quanto influisce la profondità del bacino sulle prestazioni
  - diverso comportamento delle correnti nel bacino
  - diversi regimi (acque alte o basse)
  - analisi dei profili d'onda a diversi regimi
  - analisi dell'interferenza tra le corsie



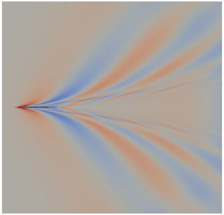
H=2 m
$Fr_H = 0.85$



H=2.5 m
$Fr_H = 0.92$



H=3 m
$Fr_H = 1.00$



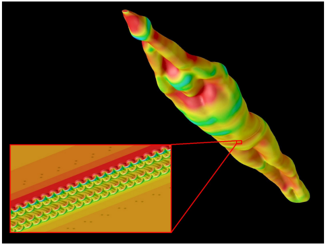
H=3.5 m
$Fr_H = 1.12$

Altri esempi

Altri esempi

Nuoto

- Progetto finanziato da Arena International per l'analisi di un nuovo costume senza cuciture
- Miglioramento delle prestazioni dovuto alla minore resistenza
- Simulazioni numeriche locali (nella regione delle cuciture) e globali per la stima della riduzione di resistenza

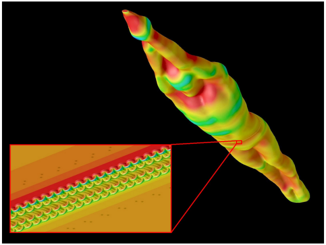


(in collaborazione con F. Biondi)

Altri esempi

Nuoto

- Progetto finanziato da Arena International per l'analisi di un nuovo costume senza cuciture
- Miglioramento delle prestazioni dovuto alla minore resistenza
- Simulazioni numeriche locali (nella regione delle cuciture) e globali per la stima della riduzione di resistenza



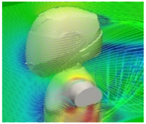
(in collaborazione con F. Biondi)

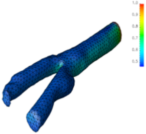
Pallavolo

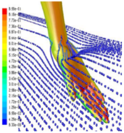
- Progetto di MOXOFF in collaborazione con MOX
- Segmentazione video per identificazione del movimento
- Ricostruzione della cinematica del gesto atletico
- Analisi statistica dei dati raccolti sul campo

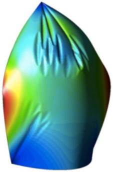
(P. Ferrandi, E. Miglio, M. Pischiutta)

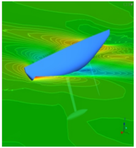
Sport: solo uno dei tanti campi da gioco

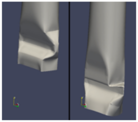


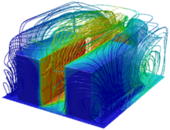




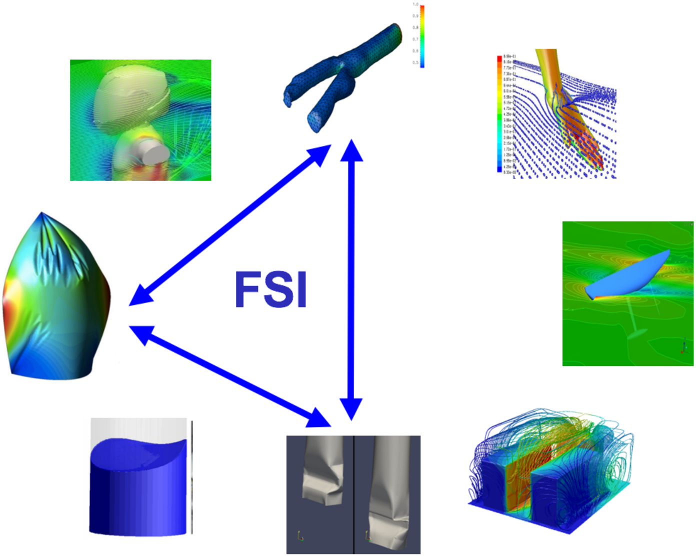




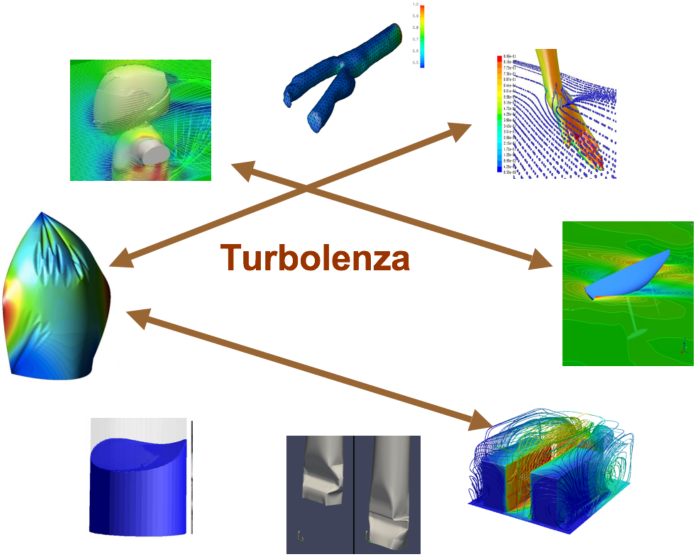




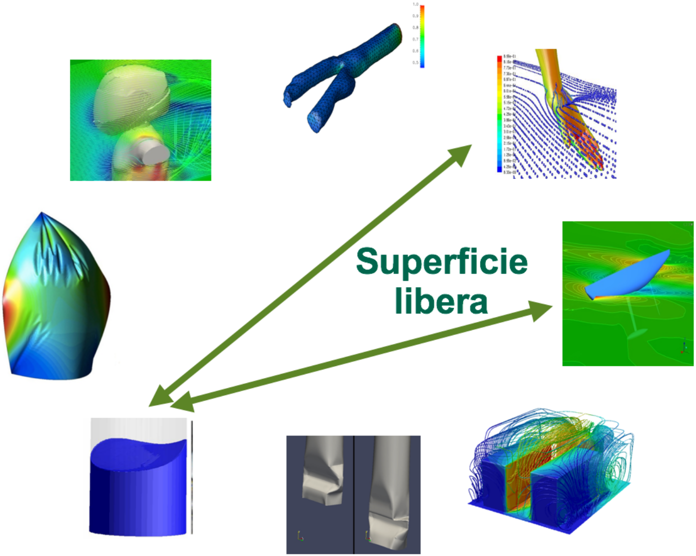
Sport: solo uno dei tanti campi da gioco



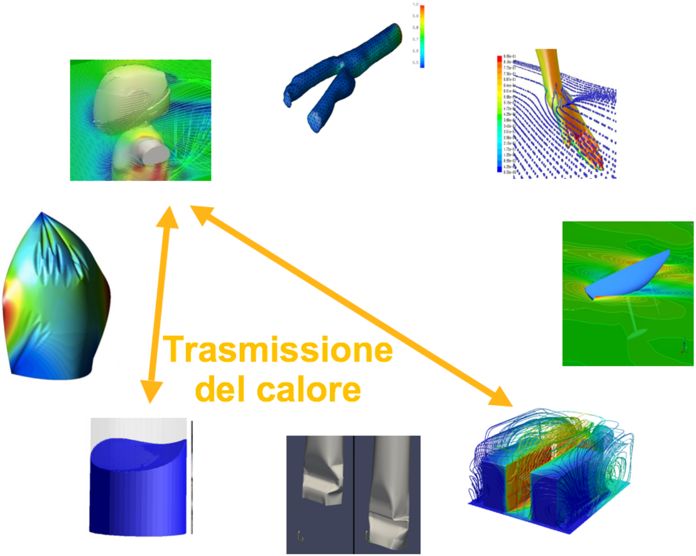
Sport: solo uno dei tanti campi da gioco



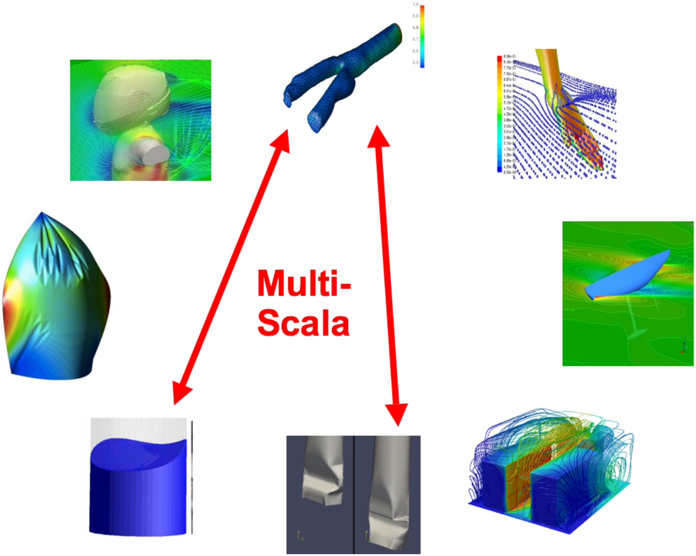
Sport: solo uno dei tanti campi da gioco



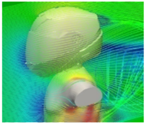
Sport: solo uno dei tanti campi da gioco

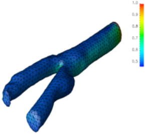


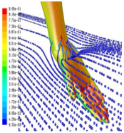
Sport: solo uno dei tanti campi da gioco

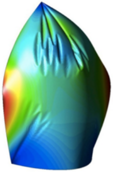


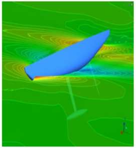
Sport: solo uno dei tanti campi da gioco

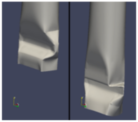


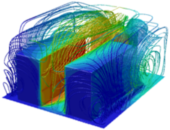




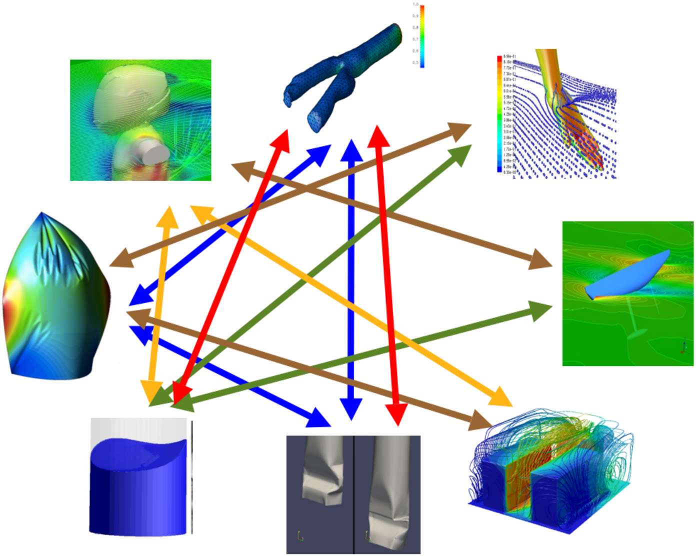








Sport: solo uno dei tanti campi da gioco



Matematica per vincere

Matematica per non perdere

Matematica per non perdere

BET ON MATH

Matematica per non perdere

BETonMATH

- un progetto di ricerca per prevenire l'abuso del gioco d'azzardo attraverso l'insegnamento della probabilità

BETonMATH

- un progetto di ricerca per prevenire l'abuso del gioco d'azzardo attraverso l'insegnamento della probabilità
- un percorso didattico rivolto a studenti delle scuole superiori

Matematica per non perdere

BETonMATH

- un progetto di ricerca per prevenire l'abuso del gioco d'azzardo attraverso l'insegnamento della probabilità
- un percorso didattico rivolto a studenti delle scuole superiori
- primi due cicli di formazione insegnanti: aprile e ottobre 2014

Matematica per non perdere

BETonMATH

- un progetto di ricerca per prevenire l'abuso del gioco d'azzardo attraverso l'insegnamento della probabilità
- un percorso didattico rivolto a studenti delle scuole superiori
- primi due cicli di formazione insegnanti: aprile e ottobre 2014
- continuo lavoro di confronto con gli insegnanti

Matematica per non perdere

BETonMATH

- un progetto di ricerca per prevenire l'abuso del gioco d'azzardo attraverso l'insegnamento della probabilità
- un percorso didattico rivolto a studenti delle scuole superiori
- primi due cicli di formazione insegnanti: aprile e ottobre 2014
- continuo lavoro di confronto con gli insegnanti
- terzo ciclo di formazione previsto per marzo 2015

Matematica per non perdere

BETonMATH

- un progetto di ricerca per prevenire l'abuso del gioco d'azzardo attraverso l'insegnamento della probabilità
- un percorso didattico rivolto a studenti delle scuole superiori
- primi due cicli di formazione insegnanti: aprile e ottobre 2014
- continuo lavoro di confronto con gli insegnanti
- terzo ciclo di formazione previsto per marzo 2015
- finanziato dal 5x1000 del Politecnico di Milano attraverso il Polisocial Award 2013 (`www.polisocial.polimi.it`)

Matematica per non perdere

BETonMATH

- un progetto di ricerca per prevenire l'abuso del gioco d'azzardo attraverso l'insegnamento della probabilità
- un percorso didattico rivolto a studenti delle scuole superiori
- primi due cicli di formazione insegnanti: aprile e ottobre 2014
- continuo lavoro di confronto con gli insegnanti
- terzo ciclo di formazione previsto per marzo 2015
- finanziato dal 5x1000 del Politecnico di Milano attraverso il Polisocial Award 2013 (`www.polisocial.polimi.it`)

(in collaborazione con C. Andrà, M. Verani, D. Brunetto)

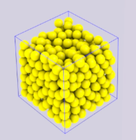
Quanto è improbabile vincere

Quanto è improbabile vincere

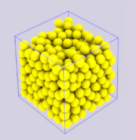
Ambo secco su una ruota: $P = \frac{1}{401}$

Quanto è improbabile vincere

Ambo secco su una ruota: $P = \frac{1}{401}$



Quanto è improbabile vincere

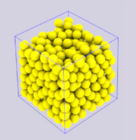


Ambo secco su una ruota: $P = \frac{1}{401}$

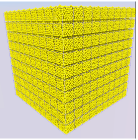
Quaterna su una ruota: $P = \frac{1}{511\,038}$

Quanto è improbabile vincere

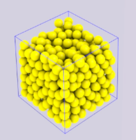
Ambo secco su una ruota: $P = \frac{1}{401}$



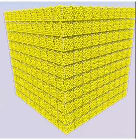
Quaterna su una ruota: $P = \frac{1}{511\,038}$



Quanto è improbabile vincere



Ambo secco su una ruota: $P = \frac{1}{401}$

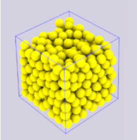


Quaterna su una ruota: $P = \frac{1}{511\,038}$

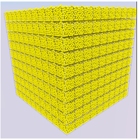
500 000 al Gratta&Vinci: $P = \frac{1}{6\,000\,000}$

Quanto è improbabile vincere

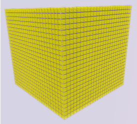
Ambo secco su una ruota: $P = \frac{1}{401}$



Quaterna su una ruota: $P = \frac{1}{511\,038}$

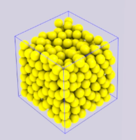


500 000 al Gratta&Vinci: $P = \frac{1}{6\,000\,000}$

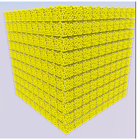


Quanto è improbabile vincere

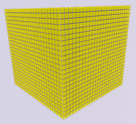
Ambo secco su una ruota: $P = \frac{1}{401}$



Quaterna su una ruota: $P = \frac{1}{511\,038}$



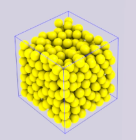
500 000 al Gratta&Vinci: $P = \frac{1}{6\,000\,000}$



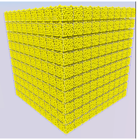
Sei al SuperEnalotto: $P = \frac{1}{622\,614\,630}$

Quanto è improbabile vincere

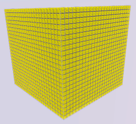
Ambo secco su una ruota: $P = \frac{1}{401}$



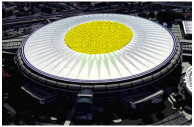
Quaterna su una ruota: $P = \frac{1}{511\,038}$



500 000 al Gratta&Vinci: $P = \frac{1}{6\,000\,000}$



Sei al SuperEnalotto: $P = \frac{1}{622\,614\,630}$



(animazioni by G. Aloe)

L'equità svelata dai simulatori

L'equità svelata dai simulatori

- Simulatori didattici sviluppati come app per smartphone Android

L'equità svelata dai simulatori

- Simulatori didattici sviluppati come app per smartphone Android
    - Una lotteria istantanea: Gratta&Perdi

L'equità svelata dai simulatori

- Simulatori didattici sviluppati come app per smartphone Android
  - Una lotteria istantanea: Gratta&Perdi
  - Una slot trasparente: OpenSlot

L'equità svelata dai simulatori

- Simulatori didattici sviluppati come app per smartphone Android
  - Una lotteria istantanea: Gratta&Perdi
  - Una slot trasparente: OpenSlot
- Gli studenti possono utilizzarli in prima persona

L'equità svelata dai simulatori

- Simulatori didattici sviluppati come app per smartphone Android
  - Una lotteria istantanea: Gratta&Perdi
  - Una slot trasparente: OpenSlot
- Gli studenti possono utilizzarli in prima persona
- In pochi istanti mostrano il comportamento per grandi numeri

L'equità svelata dai simulatori

- Simulatori didattici sviluppati come app per smartphone Android
  - Una lotteria istantanea: Gratta&Perdi
  - Una slot trasparente: OpenSlot
- Gli studenti possono utilizzarli in prima persona
- In pochi istanti mostrano il comportamento per grandi numeri
- Combinano l'esperienza a caldo del gioco (e a volte della vincita) con la riflessione a freddo

La matematica per non perdere

- Il matematica ci aiuta a smascherare le insidie del gioco d'azzardo

La matematica per non perdere

- Il matematica ci aiuta a smascherare le insidie del gioco d'azzardo
- In tutti i giochi d'azzardo, l'unico che guadagna è chi li organizza

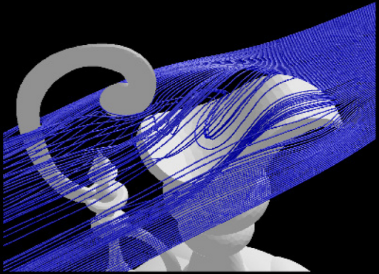
La matematica per non perdere

- Il matematica ci aiuta a smascherare le insidie del gioco d'azzardo
- In tutti i giochi d'azzardo, l'unico che guadagna è chi li organizza
- Giocare con regolarità, non è più azzardo, ma è certezza di perdere!

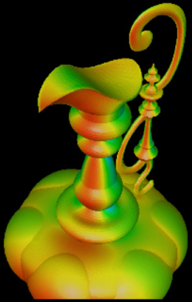
La matematica per non perdere

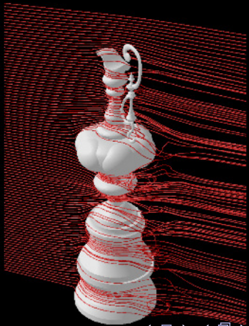
- Il matematica ci aiuta a smascherare le insidie del gioco d'azzardo
- In tutti i giochi d'azzardo, l'unico che guadagna è chi li organizza
- Giocare con regolarità, non è più azzardo, ma è certezza di perdere!

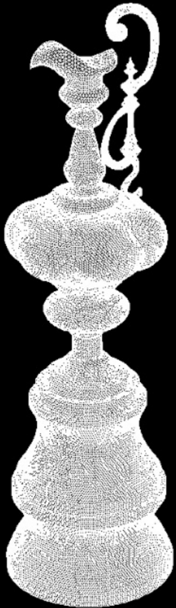
`http://betonmath.polimi.it`

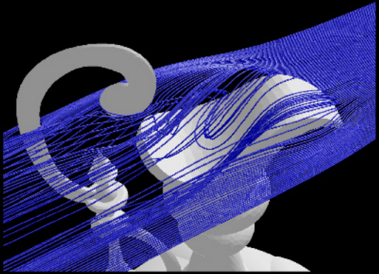


GRAZIE DELLA VOSTRA ATTENZIONE !

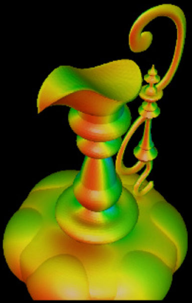


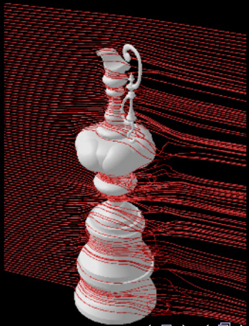


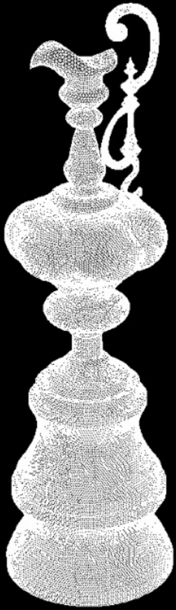


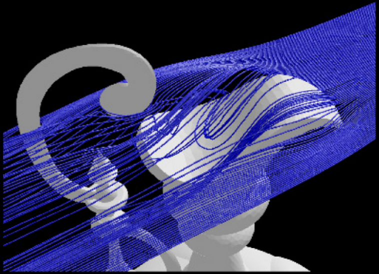


GRAZIE DELLA VOSTRA ATTENZIONE !

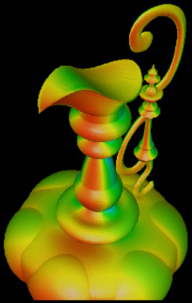


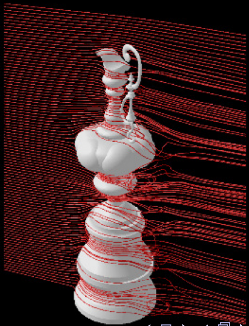


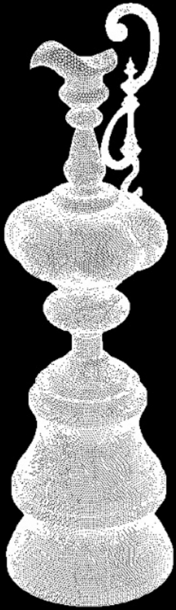




GRAZIE DELLA VOSTRA ATTENZIONE !







Valutare eventi molto improbabili

Valutare eventi molto improbabili: visualizzare

Esempio

Valutare eventi molto improbabili: visualizzare

Esempio

- un biglietto su 6 000 000 vince il premio massimo

Valutare eventi molto improbabili: visualizzare

Esempio

- un biglietto su 6 000 000 vince il premio massimo
- un biglietto del Gratta&Vinci è alto 15.3 cm

Valutare eventi molto improbabili: visualizzare

Esempio

- un biglietto su 6 000 000 vince il premio massimo
- un biglietto del Gratta&Vinci è alto 15.3 cm
- riusciamo ad immaginare quanti sono ?

Valutare eventi molto improbabili: visualizzare

Esempio

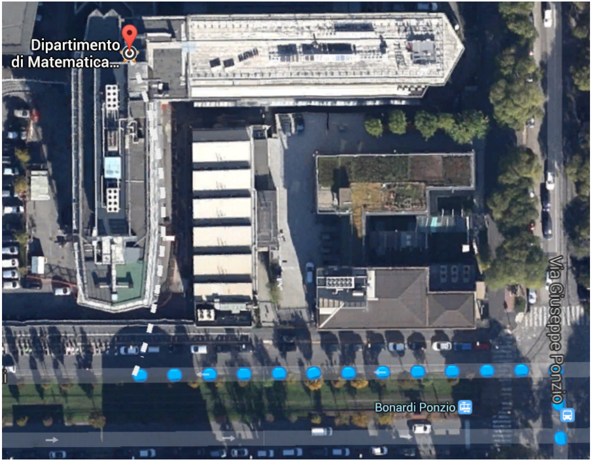
- un biglietto su 6 000 000 vince il premio massimo
- un biglietto del Gratta&Vinci è alto 15.3 cm
- riusciamo ad immaginare quanti sono ?

Valutare eventi molto improbabili: visualizzare

Esempio

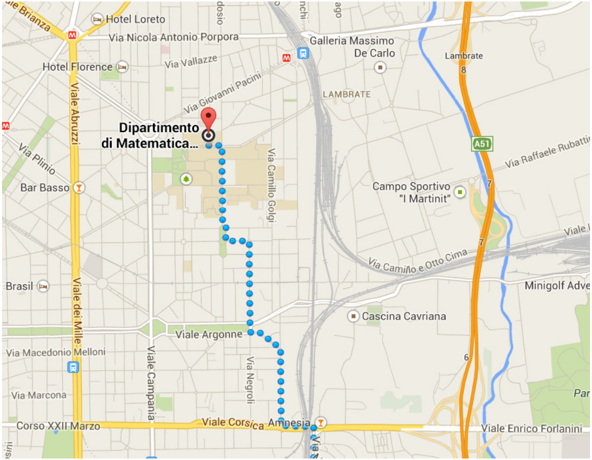
- un biglietto su 6 000 000 vince il premio massimo
- un biglietto del Gratta&Vinci è alto 15.3 cm
- riusciamo ad immaginare quanti sono ?

Valutare eventi molto improbabili: visualizzare

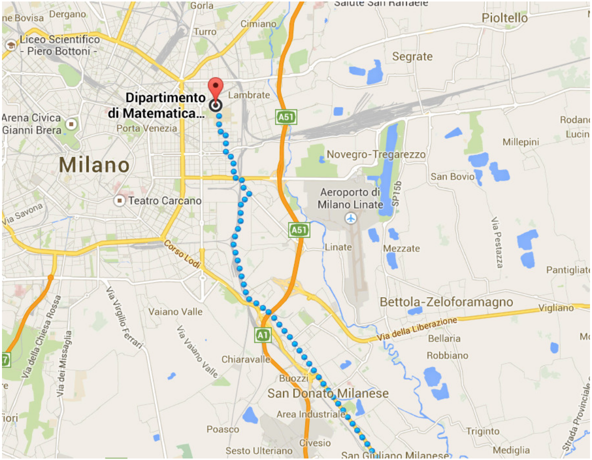


Valutare eventi molto improbabili: visualizzare

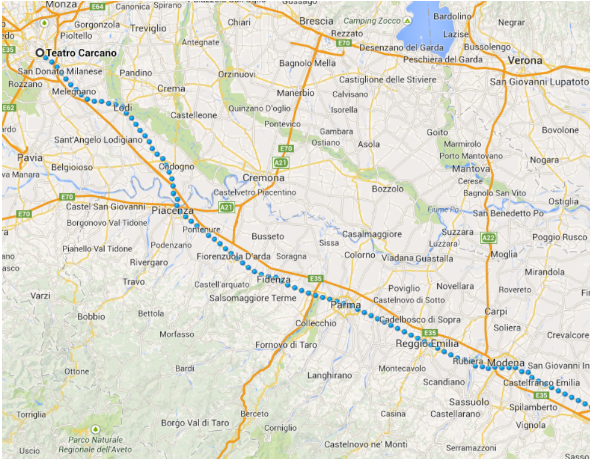
Valutare eventi molto improbabili: visualizzare



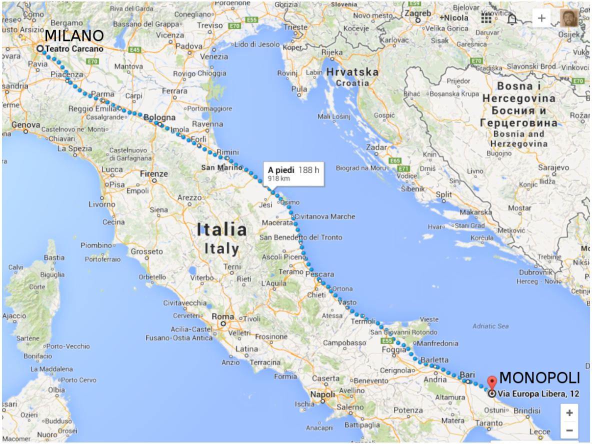
Valutare eventi molto improbabili: visualizzare



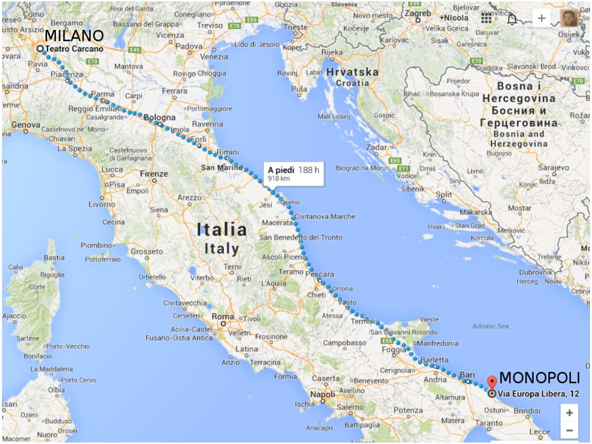
Valutare eventi molto improbabili: visualizzare



Valutare eventi molto improbabili: visualizzare

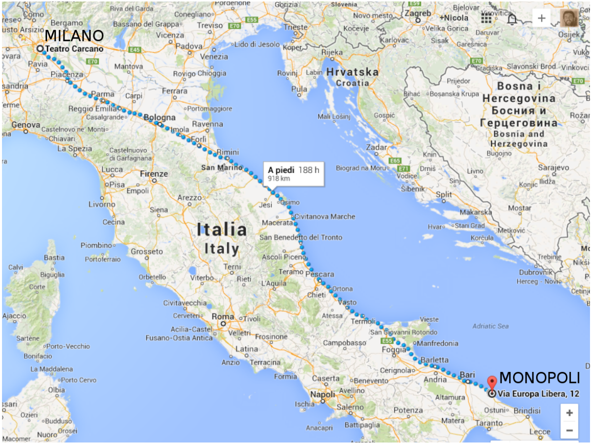


Valutare eventi molto improbabili: visualizzare



15.3 cm x 6 000 000 = 918 Km

Valutare eventi molto improbabili: visualizzare



15.3 cm x 6 000 000 = 918 Km

Un solo biglietto vincente tra MILANO e MONOPOLI

Valutare eventi molto improbabili

Valutare eventi molto improbabili: confrontare

Valutare eventi molto improbabili: confrontare

Dati

Valutare eventi molto improbabili: confrontare

Dati

- Numero di tabaccherie in Italia: 56000

Valutare eventi molto improbabili: confrontare

Dati

- Numero di tabaccherie in Italia: 56000
- Numero di rapine in tabaccheria all'anno: 500

Valutare eventi molto improbabili: confrontare

Dati

- Numero di tabaccherie in Italia: 56000
- Numero di rapine in tabaccheria all'anno: 500
- Una tabaccheria è aperta (in media) 12 ore al giorno

Valutare eventi molto improbabili: confrontare

Dati

- Numero di tabaccherie in Italia: 56000
- Numero di rapine in tabaccheria all'anno: 500
- Una tabaccheria è aperta (in media) 12 ore al giorno
- Una rapina dura (in media) 2 minuti

Valutare eventi molto improbabili: confrontare

Dati

- Numero di tabaccherie in Italia: 56000
- Numero di rapine in tabaccheria all'anno: 500
- Una tabaccheria è aperta (in media) 12 ore al giorno
- Una rapina dura (in media) 2 minuti

Calcolo delle probabilità ...

Valutare eventi molto improbabili: confrontare

Dati

- Numero di tabaccherie in Italia: 56000
- Numero di rapine in tabaccheria all'anno: 500
- Una tabaccheria è aperta (in media) 12 ore al giorno
- Una rapina dura (in media) 2 minuti

Calcolo delle probabilità ...

- ... di **finire in mezzo ad una rapina**: $P = \frac{1}{14\,716\,800}$

Valutare eventi molto improbabili: confrontare

Dati

- Numero di tabaccherie in Italia: 56000
- Numero di rapine in tabaccheria all'anno: 500
- Una tabaccheria è aperta (in media) 12 ore al giorno
- Una rapina dura (in media) 2 minuti

Calcolo delle probabilità ...

- ... di **finire in mezzo ad una rapina**: $P = \frac{1}{14\,716\,800}$
- ... di **fare sei al SuperEnalotto**: $P = \frac{1}{622\,614\,630}$

Valutare eventi molto improbabili: confrontare

Dati

- Numero di tabaccherie in Italia: 56000
- Numero di rapine in tabaccheria all'anno: 500
- Una tabaccheria è aperta (in media) 12 ore al giorno
- Una rapina dura (in media) 2 minuti

Calcolo delle probabilità ...

- ... di **finire in mezzo ad una rapina**: $P = \frac{1}{14\,716\,800}$
- ... di **fare sei al SuperEnalotto**: $P = \frac{1}{622\,614\,630}$

Ovvero, quando vai a giocare al SuperEnalotto ...

... è **40 volte** più probabile
finire in mezzo ad una rapina
che **vincere il Jackpot**

Riferimenti bibliografici

- N. P. and A. Quarteroni, Mathematical Models and Numerical Simulations for the America's Cup. *Comp. Meth. Appl. Mech. Eng.*, **194**, 1001–1026 (2005).
- L. Formaggia, E. Miglio, A. Mola, and N. P. Fluid-structure interaction problems in free surface flows: application to boat dynamics. *Int. J. Num. Meth. Fluids* **56(8)** 965–978 (2008)
- D. Detomi, N. P. and A. Quarteroni, Numerical Models and Simulations in Sailing Yacht Design. In Computational Fluid Dynamics for Sport Simulation, Lecture Notes in Computational Science and Engineering 72, Springer, 2009.
- L. Formaggia, A. Mola, N. P., and M. Pischiutta, A three-dimensional model for the dynamics and hydrodynamics of rowing boats, *Proc. of the Institution of Mechanical Engineers, Part P: Journal of Sports Engineering and Technology*, 224, 51–61 (2010).
- M. Lombardi, M. Cremonesi, A. Giampieri, N. P., and A. Quarteroni, A strongly coupled fluid-structure interaction model for wind-sail simulation, in *Proceedings of the 4th High Performance Yacht Design conference*, Auckland (2012)
- M. Lombardi, N. P., A. Quarteroni, and G. Rozza. Numerical simulation of sailing boats: Dynamics, FSI, and shape optimization, in *Variational Analysis and Aerospace Engineering: Mathematical Challenges for Aerospace Design*, vol. 66 of Optimization and Its Applications, 339–377, Springer (2012)
- M. Lombardi, N. P., Unsteady FSI simulations of downwind sails, in Proceedings of the V International Conference on Computational Methods in Marine Engineering, MARINE 2013, B. Brinkmann and P. Wriggers (Eds), 2013.
- N. P., A. Quarteroni, Sport, to appear in The Princeton Companion to Applied Mathematics by N. Higham, Princeton University Press, 2015.

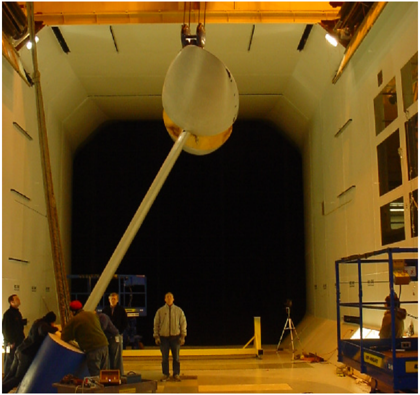
Articoli divulgativi

- A. Quarteroni and N. P., Quando la matematica va in barca (in Coppa America), in *Matematica e Cultura 2004*, M. Emmer Ed., pp. 207–213, Springer Italia, Milano, 2004.
- N. P., Modellistica matematica per lo sport, Lettera Matematica Pristem, 70-71, pp. 63–66, 2009.

Misure in galleria del vento

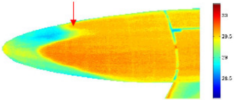
Misure effettuate nella galleria del vento (9mx9m) del NRC di Ottawa (Canada)

- modello in scala ingrandita (1.5:1) delle appendici (per rispettare il numero di Reynolds Re$=\frac{\rho U L}{\mu}$)
- misura delle forze sulle appendici
- analisi termografiche
- **Obiettivo:** raccogliere dati per validare le simulazioni

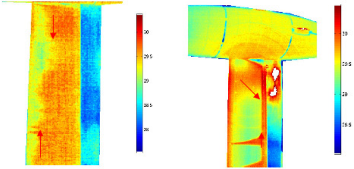


Validazione del modello numerico

Wind Tunnel Thermography

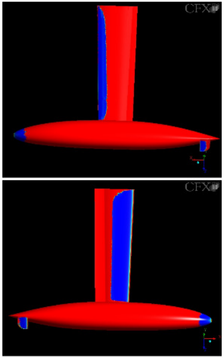


Bulb: 7%-15%



Keel (suction side): 12.5% - 23.5%
Keel (pressure side): 62%

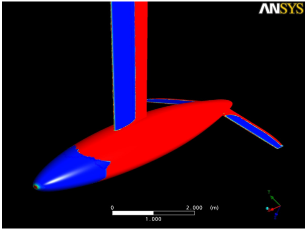
CFD Analysis



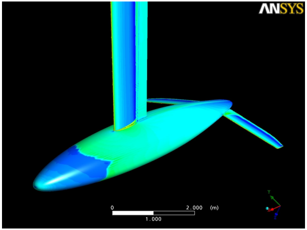
Bulb: 8%
Keel (suction side): 24%
Keel (pressure side): 57%

Validazione del modello numerico

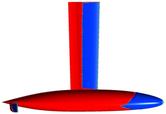
Intermittenza



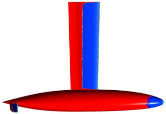
Sforzo normale a parete



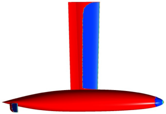
TI	C_D	Errore	% Lam. Bulbo	% Lam. Chiglia
0.1%	0.0460	16%	18-26%	57%
0.15%	0.0483	12%	6-12%	57%
0.25%	0.0495	10%	5-6%	54%
0.5%	0.0558	1%	2-2.5%	29-36%
Exp.	0.0550		2%	27-30%



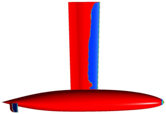
TI=0.1



TI=0.15



TI=0.25



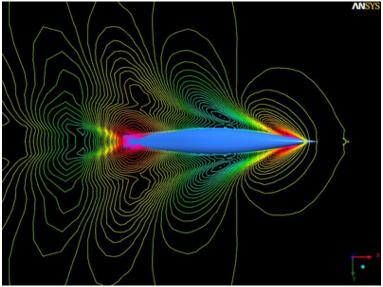
TI=0.5

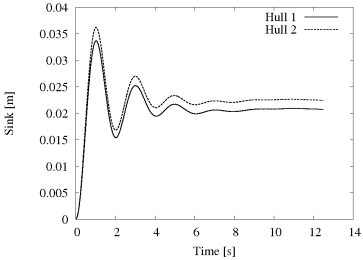
Misure in vasca navale

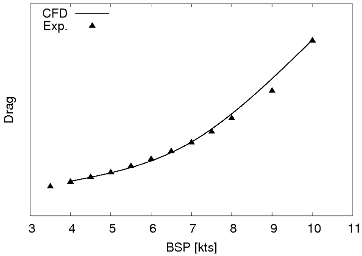
Misure condotte nella vasca navale (200m) del NRC a St. Johns (Newfoundland, Canada)

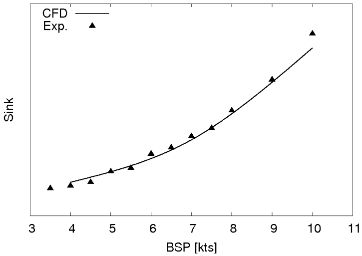
- Modello in scala 1:3 (per rispettare il numero di Froude Fr$=\frac{U}{\sqrt{gL}}$)
- Misure di forze e assetto
- Diversi modelli di scafo analizzati

Simulazioni della dinamica dello scafo









Modelli numerici per il nuoto

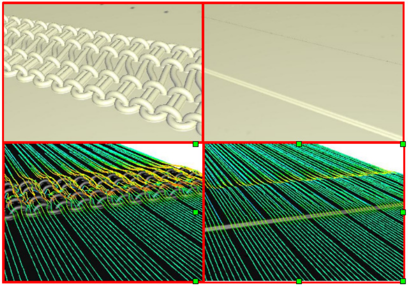
- Da qualche anno, grande sviluppo della tecnologia per i costumi da competizione
- Miglioramento delle prestazioni dovuto a nuovi materiali, tecniche di assemblaggio, analisi sperimentali e numeriche
- Dal 2009, nuovo regolamento (molto restrittivo) della FINA

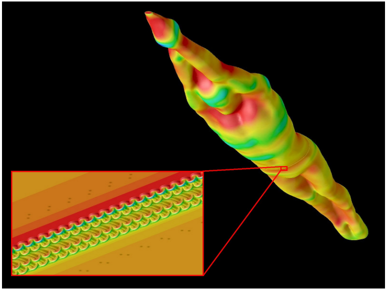
Collaborazione con Arena

- **2004** - Sviluppo del modello Powerskin Extreme e analisi del comportamento fluidodinamico del nuovo tessuto (A. Veneziani, E. Foa)
- **2008** - Analisi del modello Powerskin R-Evolution per la quantificazione del potenziale guadagno associato alla nuova tecnologia di assemblaggio

Effetto delle cuciture sulla resistenza

- Cuciture rimosse o sostituite con incollaggi (piatti)
- Miglioramento delle prestazioni dovuto alla minore resistenza
- Simulazioni numeriche locali (nella regione delle cuciture) e globali per la stima della riduzione di resistenza





Risultati

	Drag variation		
Cucitura	**1.8 m/s**	**2.0 m/s**	**2.3 m/s**
spalle, sost.	0.056 N (0.14%)	0.064 N (0.12%)	0.102 N (0.15%)
schiena, rim.	0.056 N (0.14%)	0.071 N (0.14%)	0.102 N (0.15%)
vita, rim.	0.099 N (0.24%)	0.128 N (0.24%)	0.180 N (0.27%)
inguine, rim.	0.037 N (0.09%)	0.048 N (0.09%)	0.066 N (0.10%)
caviglia, sost..	0.031 N (0.08%)	0.035 N (0.07%)	0.050 N (0.07%)
Totale	0.279 N (0.68%)	0.346 N (0.66%)	0.499 N (0.74%)

Riduzione di resistenza

	Scivolamento [s]	**Vasca [s]**	**Gara [s]**
50 m	0.011	0.073	0.073
100 m	0.011	0.077	0.154
200 m	0.012	0.083	0.332
400 m	0.013	0.087	0.696

Miglioramenti sul tempo di gara

- I miglioramenti sul tempo di gara sono calcolati risolvendo una semplice equazione differenziale che descrive la dinamica del nuotatore.

Fare una vasca con un'equazione differenziale

$$\begin{cases} m\dfrac{d^2x(t)}{dt^2} = F(t) \\ v(t)|_{t=0} = \dfrac{dx}{dt}|_{t=0} = 0 \\ x|_{t=0} = 0 \end{cases}$$

Fare una vasca con un'equazione differenziale

$$\begin{cases} m\dfrac{d^2x(t)}{dt^2} = F(t) \\ v(t)|_{t=0} = \dfrac{dx}{dt}|_{t=0} = 0 \\ x|_{t=0} = 0 \end{cases}$$

$$F(t) = P(t) - D(t)$$

Fare una vasca con un'equazione differenziale

$$\begin{cases} m\dfrac{d^2x(t)}{dt^2} = F(t) \\ v(t)|_{t=0} = \dfrac{dx}{dt}|_{t=0} = 0 \\ x|_{t=0} = 0 \end{cases}$$

$$F(t) = P(t) - D(t)$$

$$P(t) = A\sin(2\pi ft) \qquad \text{(propulsione)}$$

Fare una vasca con un'equazione differenziale

$$\begin{cases} m\dfrac{d^2x(t)}{dt^2} = F(t) \\ v(t)|_{t=0} = \dfrac{dx}{dt}|_{t=0} = 0 \\ x|_{t=0} = 0 \end{cases}$$

$$F(t) = P(t) - D(t)$$

$$P(t) = A\sin(2\pi f t) \qquad \text{(propulsione)}$$

$$D(t) = \tfrac{1}{2}\rho v(t)^2 S\, C_D \qquad \text{(resistenza)}$$

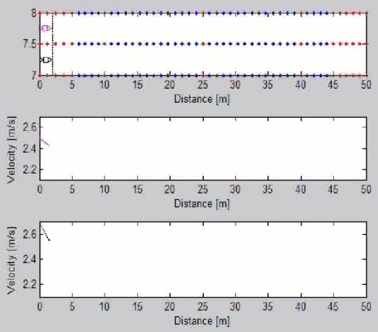
Fare una vasca con un'equazione differenziale

$$\begin{cases} m\dfrac{d^2x(t)}{dt^2} = F(t) \\ v(t)|_{t=0} = \dfrac{dx}{dt}|_{t=0} = 0 \\ x|_{t=0} = 0 \end{cases}$$

$$F(t) = P(t) - D(t)$$

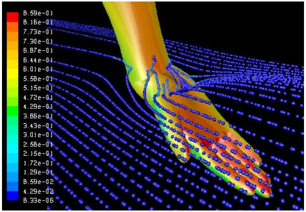
$$P(t) = A\sin(2\pi f t) \qquad \text{(propulsione)}$$

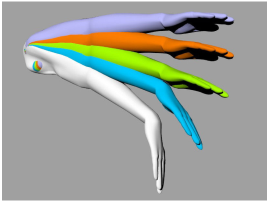
$$D(t) = \tfrac{1}{2}\rho v(t)^2 S\, C_D \qquad \text{(resistenza)}$$

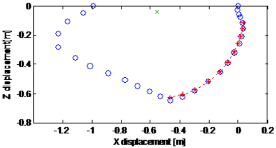


Analisi della bracciata

- Simulazione di una bracciata per valutare la distribuzione di spinta nel tempo
- Ricostruzione della cinematica della bracciata
- Modelli a singola (spalla) e doppia (spalla+gomito) rotazione







Traiettoria della mano