

Primo Brandi, Anna Salvadori

**Introduzione**  
**al linguaggio matematico della realtà**

*Media a scuola e nel quotidiano*  
*Equazioni e disequazioni elementari*

Perugia, 2013

**Matematica&Realtà**

**Percorsi di sperimentazione didattica**

**PERCORSO BS**

**Introduzione al linguaggio matematico della realtà**

**Media a scuola e nel quotidiano**

**Equazioni e disequazioni elementari**

**Matematica&Realtà**  
**Percorsi di sperimentazione didattica**

**Percorso BS**

**Introduzione al linguaggio matematico della realtà**

Media a scuola e nel quotidiano  
 Equazioni e disequazioni elementari

**Primo Brandi Anna Salvadori**

**Dipartimento di Matematica e Informatica – Università degli Studi di Perugia**

**Premessa**

**I modelli matematici entrano a scuola ... M&R li prende per mano**

Le recenti indicazioni ministeriali sui nuovi curricula della Scuola Superiore hanno ribadito con forza la necessità di una *svolta* nell'insegnamento della matematica.

Il profilo generale delle competenze in matematica per il “nuovo” liceo scientifico inizia con queste parole: *Al termine del liceo lo studente dovrà padroneggiare i principali concetti e metodi di base della matematica, sia aventi valore intrinseco alla disciplina, sia connessi all'analisi di fenomeni del mondo reale.*

e prosegue

*Dovrà inoltre possedere i primi elementi della modellizzazione matematica... conoscere il concetto di modello matematico e la specificità del rapporto che esso istituisce tra matematica e realtà.*

Le linee guida per i “nuovi” tecnici e professionali pongono come obiettivo fondamentale *l'acquisizione di strumenti matematici necessari per la comprensione delle discipline scientifiche e per poter operare nel campo delle scienze applicate*

e prescrivono di proporre (sin dal primo biennio)

*problemi collegati con altre discipline e situazioni di vita ordinaria, come primo passo verso la modellizzazione matematica.*

Dopo lo *shock* prodotto dalle indagini OCSE-PISA, anche le prove INVALSI sono sempre più orientate verso problematiche tratte dall'esperienza quotidiana.

**Una direzione per il rinnovamento: educare alla modellizzazione**

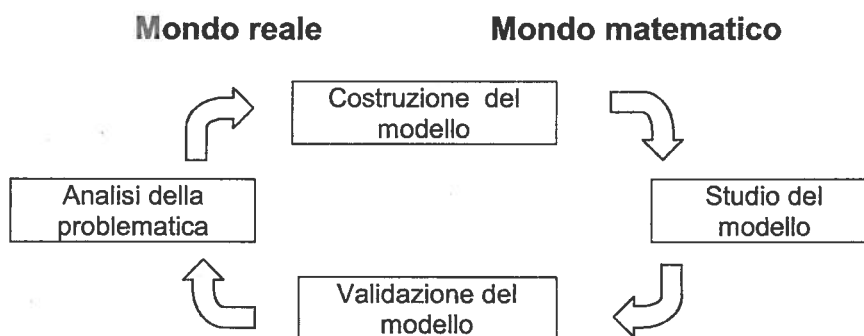
Matematica&Realtà, che da lungo tempo promuove l'interazione dinamica fra mondo reale e mondo matematico come *motore* per un profondo rinnovamento dell'insegnamento-apprendimento della matematica, accoglie con soddisfazione questa importante inversione di rotta e mette a disposizione della comunità matematica il materiale e il know-how acquisito in venti anni di sperimentazione sul campo (<http://www.matematicaerealta.it>).

Educare alla modellizzazione comporta un modo diverso di proporre lo studio della Matematica, rivolto alla descrizione e comprensione del mondo reale.

## Il modello matematico

Il modello matematico di un “fenomeno” del mondo reale è un processo di razionalizzazione ed astrazione che consente di analizzare il problema, descriverlo in modo oggettivo e formulare una sua “simulazione”, utilizzando un linguaggio simbolico universale.

Il processo di modellizzazione procede per fasi successive, creando un’interazione dinamica fra mondo reale e mondo matematico.



## Fasi del processo di modellizzazione

- Fase 1. Analisi della problematica. Si prende in esame la problematica in oggetto e si cerca di stabilire quali siano i dati noti e quali quelli incogniti. Si individuano eventuali legami tra le variabili in gioco e/o eventuali vincoli imposti dalla situazione.
- Fase 2. Costruzione del modello. Dopo aver eventualmente semplificato il problema da affrontare (es. eliminando alcune variabili o scomponendo il problema in sotto-problemi) si traduce la questione in relazioni matematiche tra i dati e le incognite.
- Le prime due fasi costituiscono il passaggio dal mondo reale al mondo matematico: il problema o il fenomeno da analizzare vengono “tradotti in linguaggio” matematico (modello).
- Fase 3. Studio del modello. La fase si svolge tutta all’interno del mondo matematico con l’elaborazione del modello. Si discute e (se possibile) si risolve il modello matematico. Importante distinguete i tre aspetti: esistenza, unicità, calcolo delle soluzioni (esatto o approssimato)
- La costruzione e lo studio del modello promuovono un’analisi critica del problema che porta a formulare giudizi, valutare possibili soluzioni e/o fare previsioni sulla evoluzione futura.
- Fase 4. Validazione del modello. Dal mondo matematico, si torna al mondo reale per confrontare la soluzione del modello con il problema iniziale. Questo raffronto è fondamentale in quanto consente di valutare la *bontà* del modello, cioè di stabilire se il modello è rispondente alle esigenze della problematica in oggetto.
- Se la verifica dell’impatto con la realtà delle soluzioni trovate “a tavolino” rivela delle inadeguatezze, si può procedere a un secondo processo di modellizzazione, che tenga conto delle questioni emerse nel primo tentativo. Si individua così un modello più adatto a gestire il problema in esame.
- Successivi perfezionamenti o varianti conducono ad un prototipo virtuale via via più efficiente. Questa progressiva evoluzione richiede in genere strumenti e tecniche matematiche sempre più complessi e articolati.

## Potenzialità della modellizzazione

Grazie all'astrazione matematica, uno stesso modello è in grado di rappresentare fenomeni, anche in ambiti molto diversi. Inoltre strumenti e tecniche possono essere adattati e/o assemblati per gestire nuove problematiche, un po' come si fa con le costruzioni Lego, in cui pochi elementi base permettono di realizzare una grande varietà di strutture, anche molto complesse. E' in questa duttilità e generalità che risiede gran parte della potenza del processo di modellizzazione.

## Modellizzazione e strategie didattiche

Visti gli spazi sempre più esigui riservati all'insegnamento della matematica, non è proponibile una educazione alla modellizzazione *come scoperta*, ma la si può guidare come *bisogno intellettuale*. Ricorrendo alle collaudate tecniche di marketing, gli insegnanti dovrebbero far nascere negli studenti, di volta in volta, "nuovi bisogni di curiosità intellettuale" per poi *guidarli sulla via della loro soddisfazione*.

La stessa dinamica della modellizzazione dovrebbe guidare il percorso di insegnamento-apprendimento.

Fasi 1-2 Partendo da situazioni e problematiche della realtà, con l'obiettivo della loro formalizzazione matematica (modello), si possono introdurre in modo naturale concetti e strumenti matematici

Fase 3 che vengono acquisiti e testati nella fase dello studio del modello matematico.

Fase 4 La fase di validazione del modello consente di perfezionare gli strumenti, riflettere sulla teoria e far emergere nuove esigenze.

A sua volta, l'acquisizione di strumenti matematici sempre più potenti permette di affrontare problemi più complessi o di operare una "rilettura" di quelli già affrontati.

ping-pong In questo modo, come in un gioco a ping-pong tra mondo reale e mondo matematico, il percorso si evolve in un'elica ascendente.

## Alcune raccomandazioni ai Docenti

L'esperienza maturata negli ultimi 15 anni, prima con i percorsi Orientamatica<sup>1</sup> successivamente nei laboratori Matematica&Realtà, nonché nei nostri corsi universitari, ci induce a formulare alcuni suggerimenti per i Colleghi che intendono intraprendere il percorso di educazione alla modellizzazione.

Intuizione e formalizzazione Introdurre i concetti privilegiando un approccio intuitivo e costruttivo, per passare solo in un secondo tempo alla formalizzazione rigorosa ed alla trattazione della teoria.  
Incoraggiare gli studenti a proporre loro stessi definizioni e a costruire dimostrazioni.

4 aspetti Strumenti e tecniche dovrebbero essere presentati avvalendosi di quattro aspetti: la descrizione verbale (linguaggio naturale), la rappresentazione qualitativa (aspetto grafico-geometrico), la valutazione quantitativa (aspetto numerico), la formalizzazione simbolica (linguaggio matematico).

Le rappresentazioni multiple incoraggiano gli studenti a riflettere sul significato di quanto viene loro proposto.

Problemi veri Si raccomanda di proporre **solo problemi veri**, non verosimili!  
Le problematiche saranno tratte dalle mille proposte offerte dalla vita quotidiana (reperibili attraverso giornali, TV, internet, depliant pubblicitari, ...) presentati nel loro contesto originale, né adattati, né semplificati, al fine di consentire una corretta educazione alla modellizzazione.

Esercizi intelligenti Ridurre al minimo gli esercizi di routine, privilegiando le questioni che richiedono il

<sup>1</sup> Corsi di formazione, orientamento e auto-valutazione rivolti a studenti del triennio degli Istituti Superiori con lo scopo di integrare la formazione scolastica proiettandola verso gli studi post-diploma e contemporaneamente favorire l'inserimento nel mondo del lavoro o promuovere un orientamento consapevole alla scelta universitaria.

coinvolgimento dello studente ed invitano alla riflessione.

Atteggiamento  
studenti

Le parole chiave del percorso di apprendimento sono: *esplorare, comprendere, comunicare.*

Gli studenti dovrebbero essere incoraggiati a scrivere e leggere argomentazioni matematiche, discutere e riflettere sui concetti, confrontare strumenti e tecniche.

In ogni fase del percorso di apprendimento dovrebbero essere in grado di riflettere su *cosa stanno facendo, perché lo fanno e cosa si aspettano che accada.*

Nuove  
tecnologie

Le nuove tecnologie offrono un importante strumento educativo non solo perché, sollevando dagli aspetti più tecnicistici, permettono di dedicare più tempo alla comprensione dei concetti, ma anche perché pongono i ragazzi di fronte a difficoltà ed imprevisti che, se gestiti in modo consapevole e riflessivo, costituiscono un'occasione preziosa di crescita culturale.

La nostra esperienza ha evidenziato che ancorare l'insegnamento della matematica alla vita reale, oltre a stimolare l'interesse, favorisce la partecipazione attiva e responsabile, sviluppa un'attitudine sperimentale nei confronti della matematica, rende consapevoli delle potenzialità del linguaggio matematico e permette di valutare le proprie conoscenze, abilità e competenze.