Un primo approccio al numero

Domenico Lenzi, dipartimento di matematica, università del Salento (Lecce)

Presentazione. Questo contributo si rifà ad alcune mie lezioni – e alle osservazioni che ne sono derivate – sui primi approcci all'aritmetica, tenute per l'insegnamento di Didattica della Matematica del corso di laurea in Scienze della Formazione primaria dell'università di Bari (sede distaccata di Lecce). Gli argomenti sono stati anche discussi con insegnanti di Scuola dell'Infanzia e Primaria degli Istituti Comprensivi "A. Novelli" di Ancona e "Leonardo da Vinci" di Cavallino (LE). Grazie agli spunti di riflessione che sono emersi, nel corso di questo anno scolastico saranno svolte esperienze in varie scuole, comprese quelle citate.

N. 1. Due principi basilari per l'aritmetica. Un alunno che intraprenda la scuola primaria si trova di fronte a problemi che possono determinare per lui notevoli difficoltà. Tra le principali ricordiamo quelle dovute al fatto che quasi sempre – come lo psicologo svizzero Jean Piaget evidenziò nella prima parte del secolo scorso (cf. [4]) – i bambini all'inizio della scuola primaria non hanno ancora pienamente acquisito il significato del contare, che è strettamente connesso col Principio di Conservazione delle Quantità discrete, nel senso che un raggruppamento di oggetti è caratterizzato da una *quantità* che non dipende dalla dislocazione spaziale di quelli.
Il Piaget colloca la presa di coscienza di questo principio intorno ai 6/6,5 anni. Perciò è chiaro che all'inizio della scuola primaria, se non si interviene al più presto, molti alunni potrebbero avere difficoltà in aritmetica. E il fatto che i bambini odierni siano intellettualmente più precoci rispetto a quelli degli anni 30/40 del secolo scorso, non ha attenuato il problema, che – come abbiamo potuto verificare – è ancora attuale. Si tenga presente che all'inizio della scuola primaria – prescindendo dalle cosiddette *classi primavera*, riconducibili alle vecchie *primine* – circa un terzo degli scolari non ha ancora raggiunto i sei anni.
Secondo l'eminente studioso svizzero, il Principio di Conservazione delle Quantità si acquisisce nel corso di tre stadi, nell'ultimo dei quali esso diventa stabile. Tra i vari casi illustrati dal Piaget eccone uno particolarmente significativo, che riguarda Simon – un bambino di cinque anni e sette mesi – che si trova nel secondo stadio. Noi lo riportiamo così come è descritto a p. 75 di [4]. Le frasi tra virgolette e in corsivo sono di Simon.

> Sim mette un fiore in ogni vaso. I fiori si tolgono e si mettono nel recipiente: « Sono lo stesso i fiori e i vasi? » « *No* » « Perché? » « *Sono di più i vasi* ». « Sono sufficienti i fiori per i vasi? ». « *Si* ». Poi i fiori vengono allontanati. « E adesso? » « *Sono di più i fiori* » « I vasi sono sufficienti per i fiori? » « *Si* » « allora sono lo stesso? » « *No, qui ce ne sono di più perché sono lontani.* » [Ovviamente, Simon si riferisce ai fiori n. d. r.].

Non è fortuito il fatto che Simon – ricordando una corrispondenza a uno a uno, che però non c'è più – riconosca che *i fiori sono sufficienti per i vasi* e che *i vasi sono sufficienti per i fiori*. Tuttavia egli dice che, nel secondo caso, di fiori *ce ne sono di più perché sono lontani*. Perciò in situazioni di questo tipo i bambini come Simon vanno aiutati a liberarsi al più presto dalla tendenza a confronti numerici di tipo spaziale. Altrimenti i primi passi coi numeri potrebbero risultare difficoltosi, pregiudicando così l'acquisizione di automatismi essenziali per la pratica aritmetica.
Però il Principio di Conservazione delle Quantità discrete ne presuppone uno altrettanto importante e spesso non considerato esplicitamente: il Principio di Indifferenza (cf. [3]), secondo cui conteggi ripetuti di oggetti, di cui si lasci immutata la posizione, portano sempre allo stesso numero finale, a prescindere dall'ordine in cui essi vengano via via contati. Onde tale principio costituisce uno snodo nevralgico verso l'acquisizione del Principio di Conservazione delle Quantità.

Questo secondo principio è banale nel caso del conteggio di *due* oggetti ed è facile verificarlo su *tre* oggetti; d'altro canto, è talmente insito in noi e connaturato con la pratica del contare, che senza di esso non avrebbe senso, che un adulto può non essere indotto a prendere in considerazione il fatto che un bambino ai primi approcci con l'aritmetica possa non esserne consapevole. Invece ciò è confermato da alcune nostre esperienze.
È importante che anche scolari che non abbiano problemi nei riguardi del Principio di Indifferenza, ne prendano piena consapevolezza, affinché l'ultimo numero contato possa essere assunto come caratteristica di un dato gruppo di oggetti; onde esso è una sorta di ***marchio*** (o ***marcatore***, come si dice spesso) per gruppi di oggetti. Il che consente di confrontare, usando i conteggi, le numerosità di due gruppi, facendo riferimento ai ***marcatori numerici*** di ciascuno di essi.
Perciò è chiaro che non basta che un bambino impari correttamente la cantilena dei numeri, sappia recitarla e sappia usarla nei conteggi. È necessario che egli prenda coscienza – attraverso alcune esperienze semplici da gestire, e perciò limitate a casi che impegnino numeri molto piccoli – che contando in vario modo un gruppo di oggetti, senza alterarne la collocazione, il numero finale resta invariato.
Quindi, poiché un conteggio di quegli oggetti stabilisce per ciascuno di essi una sorta di ***denominazione numerica***, questa denominazione rimarrà invariata – insieme al ***marcatore***, che esprime la denominazione dell'ultimo oggetto contato – anche rispetto a collocazioni spaziali diverse di tali oggetti (come nel caso dei fiori di Simon nell'esperimento piagettiano); cosi come il nome dei vari componenti di un gruppo di persone resta invariato – insieme all'ultimo che sia stato assegnato o richiamato – a prescindere da dove essi si trovino e dal fatto che essi siano più o meno distanti tra loro. Quanto detto giustifica il Principio di Conservazione delle Quantità discrete, sottolineando la sua immediata derivazione dal Principio di Indifferenza.

Nota Bene. Ci si rende conto che il Principio di Indifferenza è essenziale per la presa di coscienza del fatto che per svolgere, per esempio, 5+2 – che corrisponde a considerare cinque oggetti e altri due come un unico raggruppamento – non occorre ricontare questi oggetti tutti insieme. Infatti, poiché non importa l'ordine in cui essi vengano contati, si può <u>pensare di partire</u> dal conteggio dei primi cinque. Tuttavia, ciò è inutile, poiché si sa già che quelli sono *cinque*, onde basta proseguire il conteggio dopo il *cinque*, contando gli altri due oggetti.

N. 2. Un po' di psicomotricità digitale numerica. Come per un bambino di pochi mesi lo strisciare prima e il gattonare poi sono attività importanti per la sua naturale evoluzione verso la posizione eretta e una deambulazione corretta, così l'uso delle dita è fondamentale nei primi approcci numerici e consente di agevolare lo sviluppo delle cognizioni e delle abilità aritmetiche. In fondo si tratta, secondo una delle tante definizioni, di una sorta di attività psicomotoria, intesa come *un intervento che mira a riorganizzare il giusto equilibrio tra le funzioni motorie, neuropsicomotorie, affettive, cognitive e neuropsicologiche, tramite l'utilizzazione privilegiata dell'attività motoria*. Nel nostro caso l'attività riguarda le dita, onde potremmo chiamarla *psicomotricità digitale numerica*. Essa prelude all'attivazione dei primi automatismi aritmetici.
L'uso delle dita in chiave numerica può partire – se non si vuole prima – almeno dai tre anni e qualche mese, in cui il bambino si è ormai abituato a indicare la sua età con il pollice, l'indice e il medio di una manina. Ciò nella speranza che la sua precedente età di due anni sia già stata indicata con due dita; altrimenti sarà opportuno che l'insegnante si attivi in questo senso. In ogni caso, si cercherà di avviare l'alunno alla consapevolezza dei periodi temporali annuali, anche nel confronto con i periodi che fanno parte del suo vissuto usuale: minuti, ore, giorni e – attraverso il calendario di classe – settimane e mesi.
Però, al fine di evitare inconvenienti, sarà necessario portare il bambino a capire che per rappresentare il *due* o il *tre* – e la stessa cosa varrà, poi, per numeri più grandi – non importa quali dita si scelgano (al contrario di ciò che pensavano alcuni bambini prossimi ai sei anni da noi osservati): ciò che serve è che le dita vengano via via contate fino a raggiungere il numero desiderato; perciò tre dita, mostrate insieme, sono molto di più di un contrassegno dell'età di un bambino.

Esse esprimono una rappresentazione di carattere analitico, che cambierebbe se – per esempio – venissero mostrati soltanto l'indice e il medio.
La familiarità con l'*un due tre* consentirà all'alunno di rendersi conto – sotto la guida dell'insegnante – del fatto che *tre* dita (o fiammiferi, etc.) corrispondono a *due* dita (o fiammiferi ...) *più uno*; così come *due* dita (o fiammiferi …) corrispondono a *tre* dita (o fiammiferi ...) *meno uno*; avendo così i primi elementari esempi di addizione e di sottrazione.
Inoltre, l'alunno *vedrà* che il contare *due* oggetti è indipendente da come questi siano scelti: *Principio di Indifferenza*, che – come è stato già detto – si trasporterà facilmente al caso di *tre* oggetti. E a poco a poco emergerà la consapevolezza del fatto che tre oggetti che siano visibili contemporaneamente, si percepiscono nella loro *trinitarietà*, senza la necessità di contarli (si veda fig. 1), come già avviene nel caso di due oggetti. Onde essi rimarranno in quantità pari a *tre* anche se li si allontana un po' l'uno dall'altro. Ciò faciliterà la presa di coscienza della conservazione della quantità *tre*.

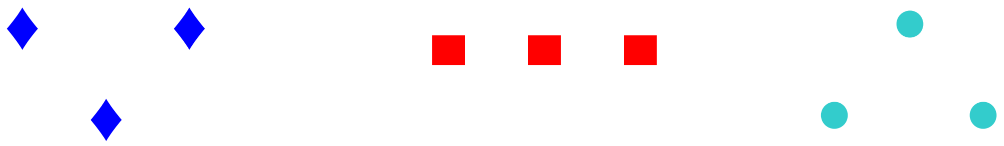


fig. 1

Una volta che il bambino sarà nel pieno possesso della nozione del *tre*, sarà pronto per il passo successivo, che consiste nell'aggiungere un oggetto a tre altri. Per poi contare *uno*, *due*, *tre*, *quattro* (dita o fiammiferi …). E così via.
Però, affinché quell "così via" abbia un senso, è fondamentale – insieme all'uso delle dita di una mano – che si abbia la piena padronanza almeno della cantilena dei numeri da *uno* a *cinque* (cf. [1]). Anche se ciò non basta. Infatti, di fronte a due di quei numeri, il bambino deve giungere ad avere piena consapevolezza di quale sia il più grande, senza dover ripercorrere la cantilena.

N. 3. I Blocchi Aritmetici Multibase (BAM) e l'abaco. Per agevolare la comprensione dell'argomento trattato in questo paragrafo, in un primo momento sarà opportuno usare la *base due* (si veda la prima parte di [2]). In tal modo gli alunni potranno realizzare i pezzi fondamentali mostrati in fig. 2 e altri ancora.

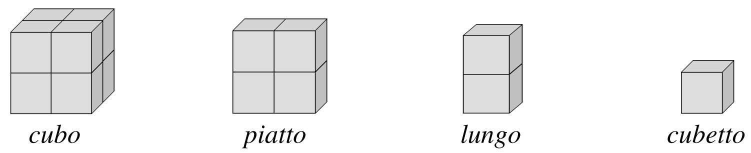


fig. 2

Ovviamente, con i Blocchi di fig. 2 – ciascuno usato al più una volta, dato che in <u>*base due*</u>, di norma, due Blocchi vengono aggregati – si possono avere quantità di *cubetti* che vanno da 1 a 15. In fig. 2 i *cubetti* sono stati aggregati secondo la regola che, operando in una determinata *base m* (nel caso in questione la *base due*), *m* Blocchi uguali (due nel caso esaminato) vengono assemblati per formare il Blocco di livello immediatamente superiore.
Una volta compresi i concetti in *base due*, si provvederà al loro rinforzo nelle *base tre* (ed eventualmente *quattro*), onde sarà più semplice trasferirli e farli comprendere in *base dieci* (*base decimale*). Nella successiva fig. 3 abbiamo i Blocchi della *base tre*. Si noti che, in questa base, nei *cubi* ci sono dei cubetti nacosti.
Sottolineiamo che l'uso dei BAM è strettamente legato alla sottrazione ripetuta di un sottraendo costante, che è dato dalla *base* prescelta. Ciò porta in modo naturale alla nozione di *resto* (o *rimanenza*), che nel caso specifico è rappresentato dai Blocchi, uguali tra loro, che non sono sufficienti per un'aggregazione, poiché sono in numero inferiore alla *base*. Il che prelude alla successiva nozione di ***divisione*** con resto.

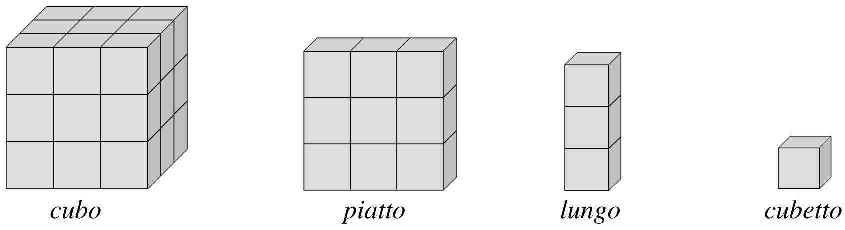


fig. 3

Tanto per fissare le idee, la *base* sia *tre* e si abbiano (si veda fig. 4) 25 *cubetti* BAM da aggregare in *lunghi* (da *tre*). Allora si otterranno 8 *lunghi* e 1 *cubetto* residuo; onde, a tempo debito, 8 e 1 esprimeranno rispettivamente il quoziente e il resto della divisione di 25 per 3.

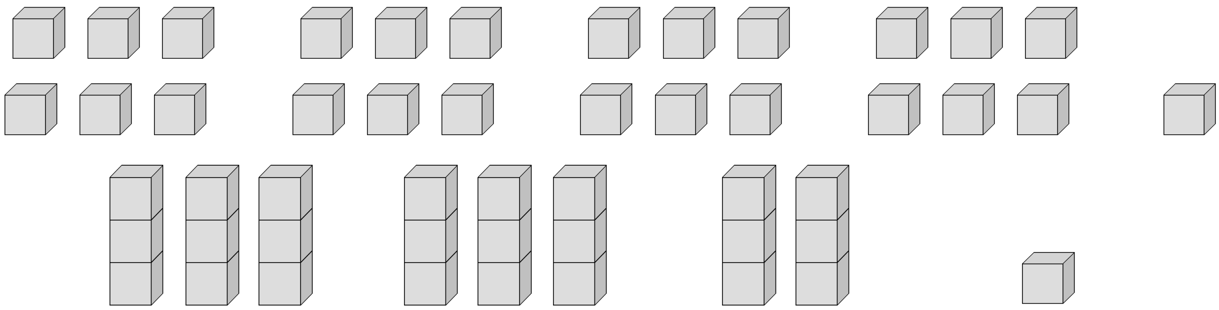


fig. 4

Analogo discorso varrà quando due terne di lunghi saranno aggregati in due piatti. Onde si determinerà la situazione illustrata nella parte superiore della seguente fig. 5, che poi sarà registrata su di un abaco. Ciò è mostrato nella parte inferiore della stessa figura.

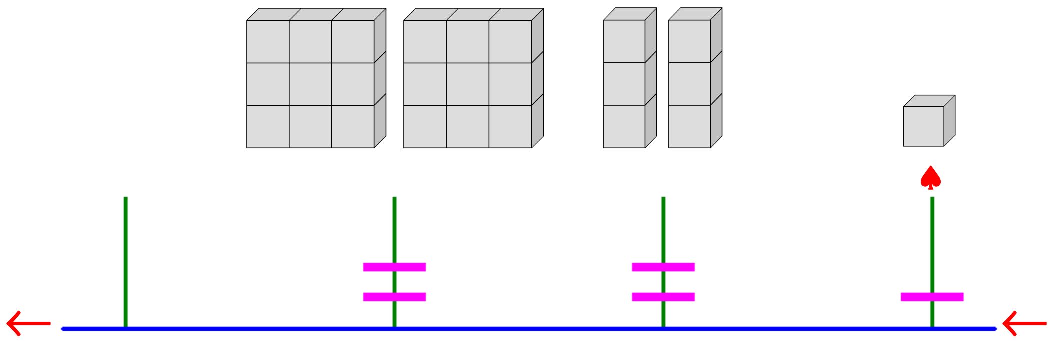


fig. 5

Nota Bene. Il segno ♠ che si vede in fig. 5 segnala l'asticella da cui inizia il processo di registrazione, che poi si svolgerà verso sinistra. Questo senso è rafforzato dalle due frecce direzionali che costeggiano l'abaco. Ciò al fine di ovviare a eventuali difetti di ***lateralizzazione***. Nella *base tre* le verifiche tramite conteggio sarà bene limitarle all'uso dei *piatti*. Diversamente, esse diverebbero laboriose, dato che i numeri in gioco sarebbero troppo grandi per alunni alle prime armi.
Una volta acquisito l'uso delle *basi due* e *tre* (ed eventualmente *quattro*, ma con giudizio), si potranno già riconoscere in maniera abbastanza agevole proprietà di tipo generale legate alla rappresentazione dei numeri, anche in relazione al significato del ***riporto*** nelle addizioni e del ***prestito*** nelle sottrazioni. Ciò perché quantità fino a tre o quattro sono facilmente percepibili; onde l'alunno è sgravato da problemi di conteggio troppo complicati. Il che gli permette di concentrare meglio la sua attenzione sugli aspetti fondamentali della rappresentazione in oggetto.
Per questa ragione sconsigliamo di proseguire l'attività con *basi* più grandi; a parte quella *decimale*, a cui si passerà non appena l'alunno avrà assimilato le principali proprietà della rappresenta-

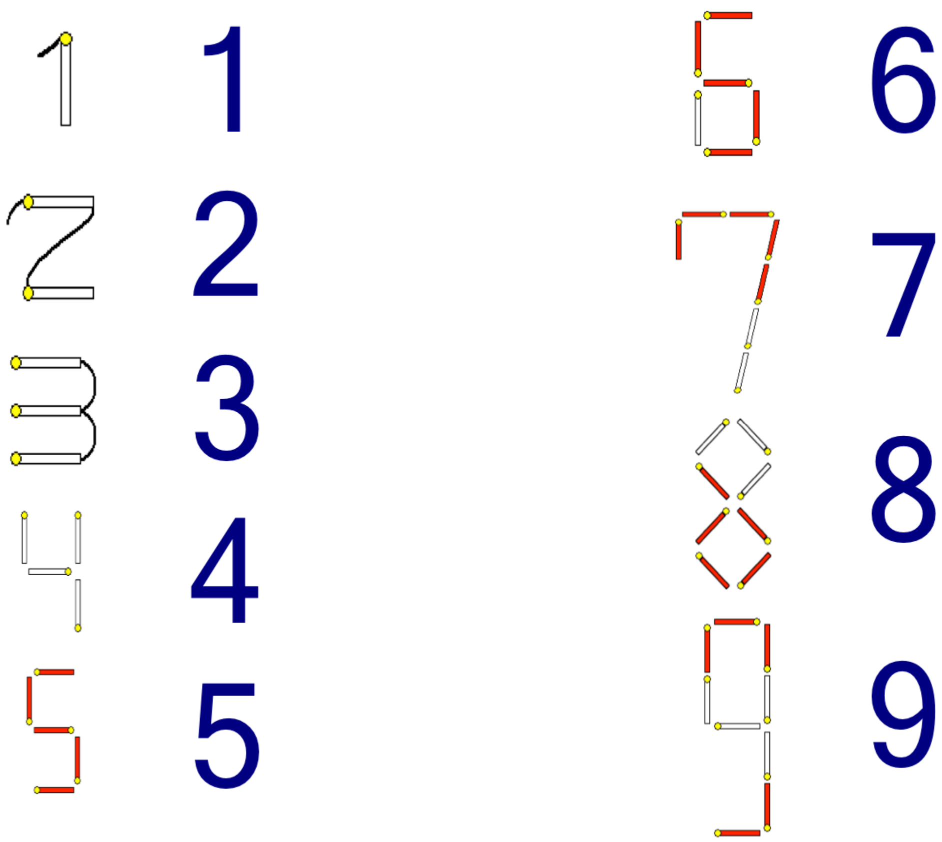
zione numerica di cui ci si sta occupando. Infatti, se l'alunno non ha ancora capito, egli non sarà certo agevolato dall'uso di basi che presentino difficoltà maggiori. D'altro canto, se ha capito, tanto vale passare direttamente alla *base dieci*, che sarà quella che in seguito si userà pressocché stabilmente.

Osservazione 1. È importante che gli alunni si rendano conto che il discorso che si fa non riguarda soltanto i *cubetti* BAM, ma qualsiasi tipo di oggetti – palline, caramelle, cioccolatini, eccetera – che andranno via via aggregati secondo la *base* prescelta. In particolare, il discorso vale per i *lunghi* [trascurando i *cubetti*] o anche per i *piatti* [trascurando *cubetti* e *lunghi*], e così via. Nella successiva fig. 6 abbiamo aggregazioni di cioccolatini, che richiamano quelle che si sono realizzate con i BAM della base *tre*, che sono state illustrate in fig. 5.

fig. 6

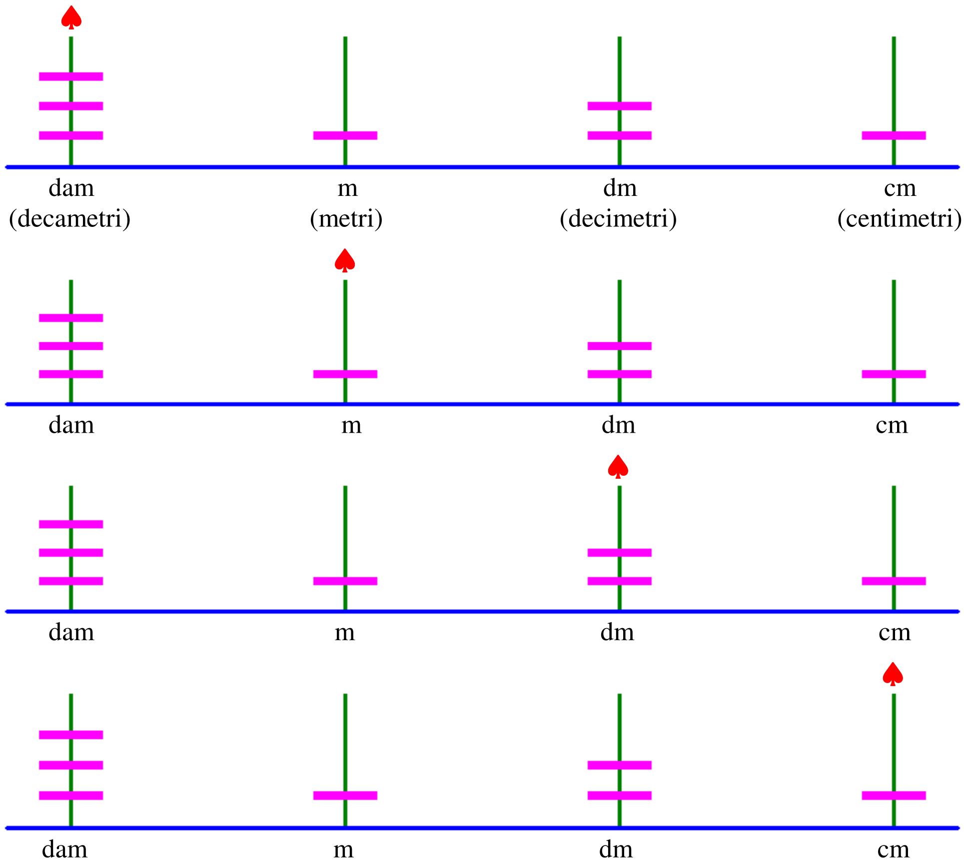
Concludiamo il paragrafo osservando che il terzo livello di aggregazione – rappresentato dal *cubo*, che in *base decimale* corrisponde a un *migliaio* – nelle basi *due* e *tre* si ottiene usando rispettivamente 8 e 27 *cubetti*. Perciò in queste basi esso è più facile da realizzare materialmente, da percepire e quindi da comprendere da parte degli alunni.

N. 4. La rappresentazione delle cifre numeriche decimali. Qui sotto presentiamo una tabella che dovrebbe aiutare il bambino a memorizzare la scrittura delle cifre numeriche. Infatti, in un primo momento ogni cifra è ottenuta assemblando una quantita di fiammiferi uguale al numero che essa rappresenta. Lo ***zero*** è assimilabile a un piatto vuoto: **O**.



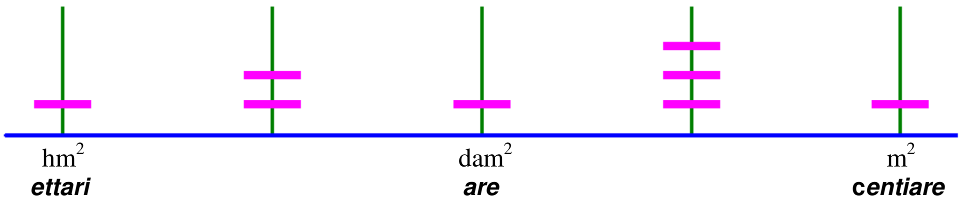
Facciamo osservare che i fiammiferi in rosso sono sempre in numero di cinque, perciò a un certo punto l'alunno capirà che non ha bisogno di ricontarli (si veda il **Nota Bene** di **N. 1**). Inoltre, nel *nove* i fiammiferi bianchi sono disposti, l'uno rispetto all'altro, allo stesso modo che nel *quattro*.
Noi qui abbiamo usato il colore rosso per una sua più agevole percezione rispetto al giallo, che contraddistingue il *cinque* nei ***numeri in colore***. Lo diciamo nonostante qualche riserva su questo tipo di materiale strutturato, almeno rispetto all'uso improprio che a volte se ne fa. In vero siamo dell'avviso che, all'inizio della scuola primaria, il dover ricordare i numeri abbinati ai vari colori possa rappresentare una difficoltà in più rispetto alla tante che l'alunno già incontra, spesso senza avere il tempo di assimilare e automatizzare le nuove conoscenze rispetto alle future necessità.
Invece nella scuola dell'infanzia i numeri in colore, anche in un percorso didattico volto all'acquisizione in forma automatica della *tabellina* dell'addizione, in un primo momento possono facilitare – avendo come confronto la barretta del *cinque* – la memorizzazione delle varie somme di numeri che si rappresentano con le dita di una mano, poi – avendo come confronto la barretta del *dieci* – la memorizzazione delle somme delle cifre numeriche residue.
Inoltre, già nella scuola dell'infanzia, i numeri in colore permettono di valutare ciascun pezzo colorato non solo rispetto al numero di cubetti bianchi che lo compongono, ma anche rispetto alla sua lunghezza, riferita a quella del lato di un cubetto bianco (quello dell'*uno*).

5. L'abaco nel sistema metrico decimale. Dedichiamo quest'ultimo paragrafo all'uso dell'abaco nel sistema metrico decimale (cf, N. 7 di [2]). Il segno ♠ – qualunque sia l'asticella su cui esso è collocato – serve a fissare un'unità di misura (di lunghezza, di capacità …), che è indicata al di sotto dell'abaco e che può essere assimilata alla classica torta. Così, se si assume come unità di misura il metro, allora il decimetro è l'analogo di un decimo di torta, il decametro è l'analogo di una decina di torte, e così via.



Se la misura di una lunghezza ha dato il risultato registrato in ciascuno dei quattro abaci precedenti, allora essa corrisponde a 3 decametri ***più*** 1 metro ***più*** 2 decimetri ***più*** 1 centimetro.

Nel passare alla rappresentazione grafica, il segno ♠ ci dice semplicemente che nel primo caso la virgola la si collocherà dopo la cifra dei decametri, nel secondo caso dopo la cifra dei metri, e così via. Onde la misura della nostra lunghezza è data da uno qualsiasi dei membri delle seguenti uguaglianze: 3,121 dam = 31,21 m = 312,1 dm = 3121 cm … . In tal modo si dà dignità alle *equivalenze* svolte attraverso le tanto osteggiate *scale*.
Per le unità di misura di superficie e per quelle di volume va tenuto presente che, se riferite alle precedenti unità di misura lineari, le prime si susseguono secondo multipli di cento e le altre secondo multipli di mille.
Nella figura seguente si mostra la misura di una superficie. Per evitare di rappresentare i vari casi, il segno ♠ è stato sottinteso, dovendo ormai essere chiaro che esso serve solo a segnalare l'unità di misura prescelta e quindi la posizione della virgola nella rappresentazione grafica della misura considerata.



Bibliografia

[1] D. Lenzi (2011), Primi passi in aritmetica, Education 2.0.
[andare sul sito http://www.educationduepuntozero.it/ e, in fondo alla pagina, cliccare su "Visualizza tutti gli autori", quindi nella pagina "Autori" cliccare su "L" …]

[2] D. Lenzi (2011), Un uso appropriato e coordinato dei Blocchi Aritmetici Multibase e dell'Abaco, Education 2.0. [andare sul sito http://www.educationduepuntozero.it/ …]

[3] D. Lenzi (2012). Verso la conquista del numero, Education 2.0.
[andare sul sito http://www.educationduepuntozero.it/ …]

[4] J. Piaget, A. Szeminska, (1968). *La genesi del numero nel bambino.* La nuova Italia.