Superfici di seta: la geometria negli abiti di Capucci

di Isabeau Birindelli

Roberto Capucci, lo stilista che, per eccellenza, ha saputo usare volumi, superfici e colori per trasformare abiti in sculture, architetture, poesie e più generalmente in opere d'arte, ha creato un mondo che architetti, sovrintendenti, storici dell'arte hanno interpretato e descritto ognuno secondo la propria specializzazione: Capucci l'artista, lo scultore, il creatore di mondi fantastici e infinitamente eleganti [1,2,3]. Questo intervento assume intenti e metodologia diversi rispetto a quanto sia stato fatto sinora, ma si pone in modo complementare piuttosto che antagonista. Ci proponiamo infatti di descrivere gli abiti di Capucci usando concetti precisi della geometria differenziale e della geometria algebrica, come la curvatura, le rigate, i fibrati tangenti. Questa operazione sarà condotta con intento tra il botanico/classificatorio e il filosofico.

Mi spiego: dopo aver descritto le questioni geometriche che si pongono nella confezione e ideazione dei vestiti e quindi in un certo senso nel problema di "ricoprire superfici", tenteremo di elencare gli elementi geometrici presenti in alcuni significativi abiti del maestro. L'obiettivo finale è di sollevare una questione fondamentale: i concetti matematici *esistono* come esistono i colori, i suoni, gli odori e in quanto tali sono usati, visti, intuiti anche da chi non conosce la matematica oppure sono una *invenzione* dell'uomo e dunque la convergenza delle intuizioni proviene dal fatto che il creatore artistico e il creatore matematico arrivano agli stessi concetti perché rispondono alle stesse esigenze ed usano la stessa creatività?

Interno Matematica e cultura:Matematica e Cultura 23/12/09 16:31 Pagina 66 (Nero pellicola)

Dal Teorema Egregium al pallone da calcio

Il Teorema Egregium di Gauss recita:

> *Si superficies curva in quamcumque aliam superficiem explicatur, mensura curvaturae in singulis punctis invariata manet.*

Che si può tradurre in termini matematici:

> Se due superfici sono isometriche allora in ogni punto hanno la stessa curvatura.

Ricordiamo le definizioni delle parole usate nell'enunciato di questo teorema. Qui Gauss parla di superfici regolari cioè senza spigoli. Si ricorda che due superfici sono *isometriche* se esiste una mappa biettiva che conservi le distanze trai punti. Gauss spiega bene questo concetto usando il termine "*explicatur*" per descrivere il fatto che due superfici che sono isometriche possono essere "stese" una sopra l'altra anche se non sono elastiche (si pensi al foglio di carta che si può stendere, arrotolare, su un cilindro).

Per definire il concetto di *curvatura* di una superficie in un punto, si ricorda che la curvatura, in un punto P di una curva piana, misura quanto è *incurvata* e quindi è pari all'inverso del raggio del cerchio che meglio approssima la curva nel punto P.

In questa ottica diremo che una retta (che non è incurvata) ha curvatura nulla perché approssimata dal cerchio di raggio infinito. Per determinare il segno della curvatura bisogna fissare un verso di percorrenza della curva e si intenderà che la curvatura è positiva se, percorrendo la curva, il cerchio è sulla destra ed è negativa se il cerchio è sulla sinistra.

La curvatura di Gauss in un punto P di una superficie si ottiene considerando prima la curvatura in P di tutte le curve piane intersezione della superficie con un piano passante per P e ortogonale al piano tangente, e poi facendo il prodotto tra la maggiore e la minore delle curvature trovate.

Il lettore si convincerà facilmente che la curvatura della sfera di raggio R è $(1/R)\times(1/R)=1/R^2$. Mentre nel caso del cilindro, che ha per sezione il cerchio di raggio R, siccome l'intersezione con il piano che contiene l'asse del cilindro è una retta che ha curvatura nulla (curvatura minima) mentre la curvatura massima è proprio 1/R; si ottiene che la curvatura di Gauss è $0\times(1/R)=0$.

Esempi di superfici che hanno dei punti in cui la curvatura di Gauss è negativa, sono la sella o il toro.

Dunque il teorema egregium afferma che due superfici che si possano in qualche maniera "stendere in modo non elastico" una sopra l'altra devono avere la stessa curvatura. Questo in particolare significa, per esempio che con il cuoio (che è una materiale non elastico) e ha curvatura nulla non si può ricoprire un pallo-

Interno Matematica e cultura:Matematica e Cultura 23/12/09 16:31 Pagina 67 (Nero pellicola)

ne da calcio che, essendo una sfera, ha curvatura $1/R^2$. Questo ovviamente sembra contraddire il fatto che i palloni da calcio sono in cuoio! È facile convincersi che questo semplice problema del pallone da calcio è rappresentativo del problema di confezionare vestiti che sono fatti con delle stoffe, che sono delle superfici con curvatura zero, e che devono ricoprire il corpo umano che non ha curvatura nulla, in quasi nessuna parte di esso. Il problema del vestirsi è stato risolto in vari modi a seconda dei periodi storici ma fondamentalmente con tre modalità.

Abiti che non seguono la linea del corpo. Quasi senza cuciture, molti abiti tradizionali non sono altro che un gioco di pieghe come il Sari o la Toga. In questa stessa categoria, ma con una costruzione più interessante dal punto di vista geometrico, possiamo considerare la gonna a ruota, che non è altro che un disco dal quale viene tolto un disco più piccolo e concentrico che viene posto poi in vita. Oppure il Kimono che, con un sapiente gioco di rettangoli, si distacca dal corpo evitando il più possibile le zone del corpo che hanno curvatura non nulla.

Abiti che non sono superfici regolari. Usando pieghe, cuciture e cugni, la stoffa non è più una superficie regolare, ma la presenza di "pieghe" la rende irregolare e dunque, per dirlo come i matematici non siamo più nelle ipotesi del teorema di Gauss. Così si spiega anche il pallone da calcio che non è una sfera ma un poliedro, le cui facce sono esagoni e pentagoni, le cuciture tra queste figure sono dei *cugni* che danno curvatura al cuoio[1].

Stoffe elastiche: il jersey, la maglia, ecc. sono stoffe elastiche e pertanto, se usate per "ricoprire" altre superfici, non è necessario che le due superfici siano "isometriche": anche in questo caso non siamo sottoposti alla tirannia del Teorema di Gauss. (Matematicamente diremo che nella prima soluzione si è semplicemente rinunciato alla "tesi" e cioè a ricoprire il corpo, nel secondo e terzo caso si è eliminata una delle ipotesi.)

Osserviamo a questo punto che in questa riflessione siamo interessati alle soluzioni proposte nel punto 2, dove la sapienza del "taglio" permette di supplire alle costrizioni della materia, essendo la seta non elastica (escludendo dunque la soluzione 3) ed essendo lo scopo della "couture" quello di dettare la forma invece di farla dettare alla stoffa (soluzione 1).

Curvature in alcuni abiti di Capucci

Da questo excursus, il lettore avrà intuito che le superfici più difficili da realizzare con la seta sono quelle che hanno dei punti di curvatura negativa. In geometria

[1] Ci permettiamo una piccola divagazione per sottolineare che mentre gli esagoni "tassellano" il piano (cioè lo ricoprono tipo mattonelle) per "quasi tassellare" la sfera è necessario usare esagoni e pentagoni.

Interno Matematica e cultura:Matematica e Cultura 23/12/09 16:31 Pagina 68 (Nero pellicola)

le superfici per cui tutti i punti hanno curvatura negativa sono poche e spesso bizzarre. Un esempio è dato dalla famosa superficie del Dini. La sua parametrizzazione è data da:

$$x=\cos(s)\sin(t),$$
$$y=\sin(s)\sin(t),$$
$$z=\cos(t)+\log(\tan(2t/3))+0{,}2s$$

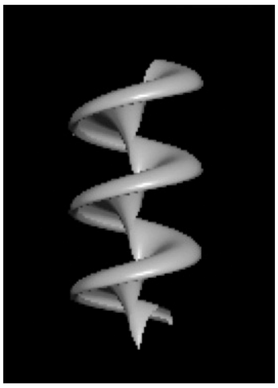

Fig. 1. Manca didascalia

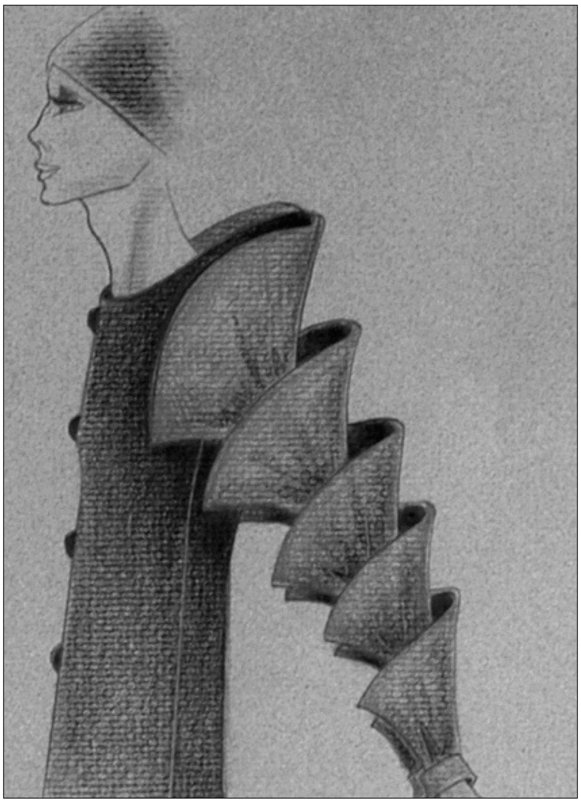

Fig. 2. Manca didascalia

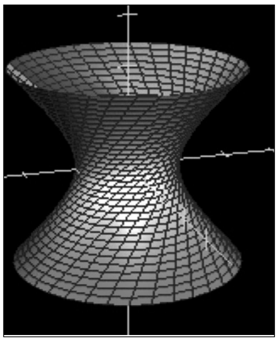

Fig. 3. Manca didascalia

Il parametro t varia nell'intervallo $(0, 3\pi/4)$ e s in $(0, 2\pi n)$ dove n è il numero di giri. Eppure la superficie del Dini diventa una manica:

Un'altra superficie con curvatura negativa è l'iperboloide (Figura 3), che tuttavia è anche una superficie rigata. Le superfici rigate offrono il grande vantaggio di poter essere costruite tramite il plissé.

Una *superficie rigata* è una superficie che si ottiene come unione di rette. L'iperboloide è in realtà doppiamente rigato. Le superfici rigate possono essere singolari come, per esempio, il cono o la *spirale rigata* che ha per equazione:

$$x=t\cos(s),\ y=t\sin(s),\ z=t(\sin(3s))^2$$

con i parametri t e s che variano a seconda del numero di giri che si vogliono compiere. Grazie al sapiente plissé, la spirale rigata è diventata una gonna nell'abito disegnato per la Biennale di Venezia del 1995(il direttore Jean Clair, del centenario delle manifestazioni veneziane, aveva chiesto a Capucci 12 sculture che tuttavia rimanessero abiti), in cui la singolarità della spirale trova un significato artistico.

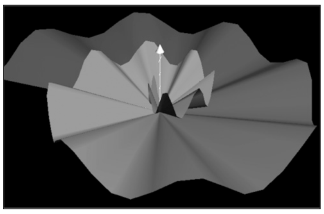

Fig. 4. Manca didascalia

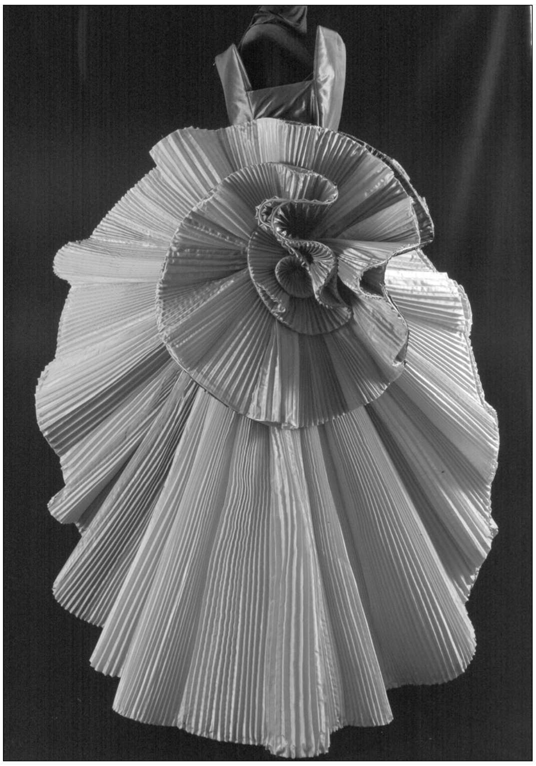

Fig. 5. Manca didascalia

Le superfici algebriche

Le superfici algebriche sono superfici i cui punti hanno coordinate che sono soluzione di una equazione algebrica e cioè sono gli zeri di un polinomio. Esempio semplice è la sfera di raggio R che ha per equazione

$$x^2+y^2+z^2-R^2=0$$

o il cilindro

Interno Matematica e cultura:Matematica e Cultura 23/12/09 16:31 Pagina 70 (Nero pellicola)

$$x^2+y^2- R^2=0.$$

L'equazione xyz=0 sarà l'unione dei tre piani, x=0, y=0, z=0 che contengono gli assi coordinati, quindi, malgrado la semplicità e regolarità dell'equazione, la superficie presenta delle singolarità lungo tutti gli assi coordinati.

$$(x^2+y^2)^3=4x^2y^2(z^2+1)$$

È l'equazione della superficie nota come Eistute (cioè cono-gelato) che si ritrova nell'abito.

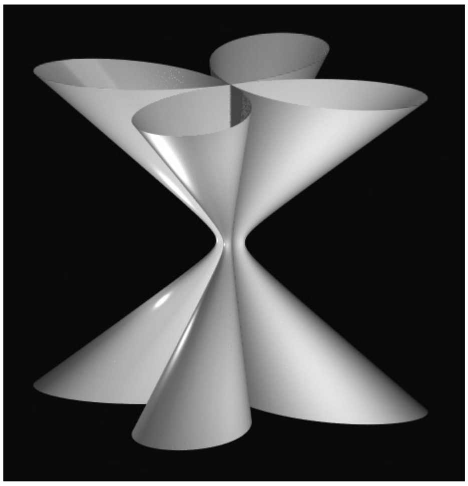

Fig. 6. Manca didascalia

Fig. 7. Manca didascalia

Le superfici algebriche sono infinite, con una varietà di forme spettacolari, (molti siti mostrano gallerie di superfici algebriche segnaliamo per esempio http://www1-c703.uibk.ac.at/mathematik/project/bildergalerie/gallery.html), sarebbe un lavoro di biologo riuscire ad abbinare ad ogni abito di Capucci una superficie algebrica, il lettore potrà divertirsi a cercare per esempio l'equazione del vestito.

Interno Matematica e cultura:Matematica e Cultura 23/12/09 16:31 Pagina 71 (Nero pellicola)

Fig. 8. Manca didascalia

I Fibrati

Il piano tangente in un punto è il piano che approssima meglio la superficie in quel punto, se la superficie è regolare allora, in ogni suo punto, il piano tangente è ben definito e l'insieme di questi piani forma il *fibrato tangente*. L'importanza del piano tangente è da attribuire alla necessità di avere a disposizione uno spazio lineare "il piano" dove potere compiere le operazioni di differenziazione e quindi di calcolo infinitesimale. Il fibrato tangente risulta difficile da visualizzare proprio per essere costruito da infiniti piani che si intersecano infinite volte, ma una splendida intuizione si può avere guardando, o anche meglio indossando, uno di questi abiti.

Fig. 9. Manca didascalia

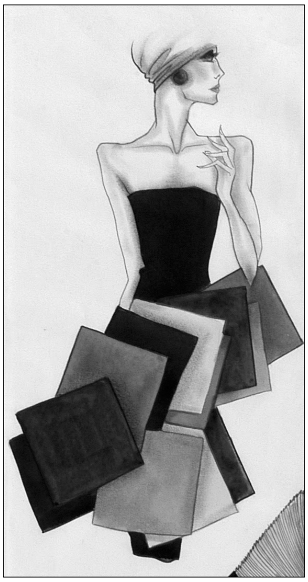

Fig. 10. Manca didascalia

Fig. 11. Manca didascalia

Interno Matematica e cultura:Matematica e Cultura 23/12/09 16:31 Pagina 72 (Nero pellicola)

È chiaro che si può far fibrare su una varietà degli oggetti geometrici che non sono rette o piani tangenti, pensiamo a un cerchio, applichiamo in ogni suo punto un cerchio perpendicolare, cioè facciamo una fibrazione di cerchi, in questo modo otteniamo un "toro".

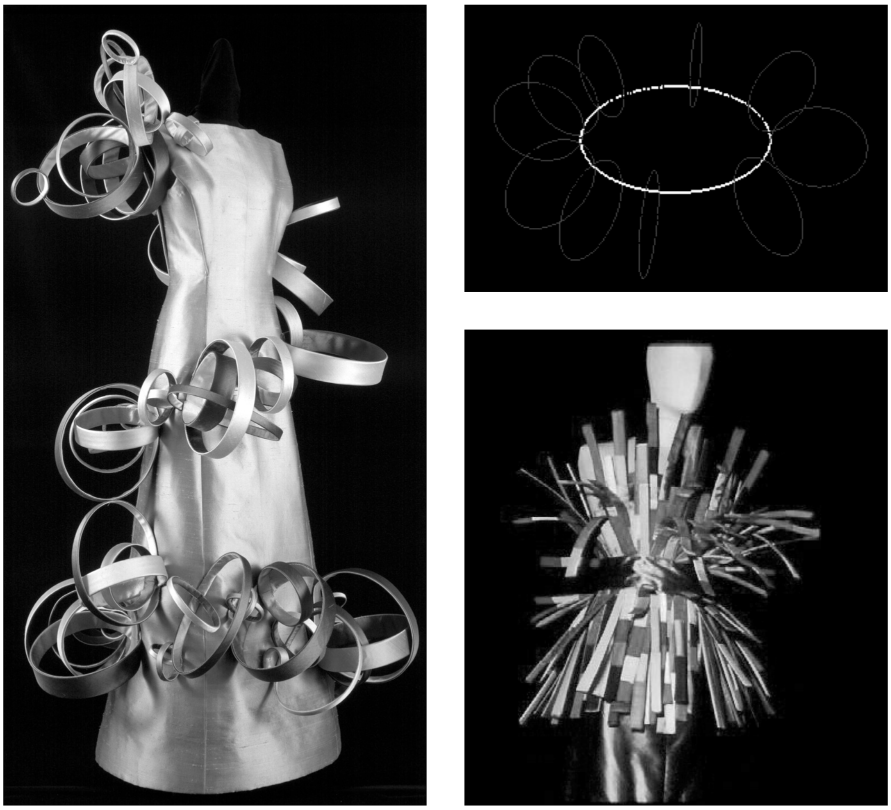

Fig. 12, 13, 14. Manca didascalia

Negli abiti di Capucci si trovano diverse fibrazioni: primi esempi sono le *fibrazioni di curve*:

Altri esempi sono fibrati di piani ortogonali (invece che tangenti).

Infine, Capucci usa delle fibre singolari, nella figura 16 i ventagli, nella figura 17 delle spezzate.

Interno Matematica e cultura:Matematica e Cultura 23/12/09 16:31 Pagina 73 (Nero pellicola)

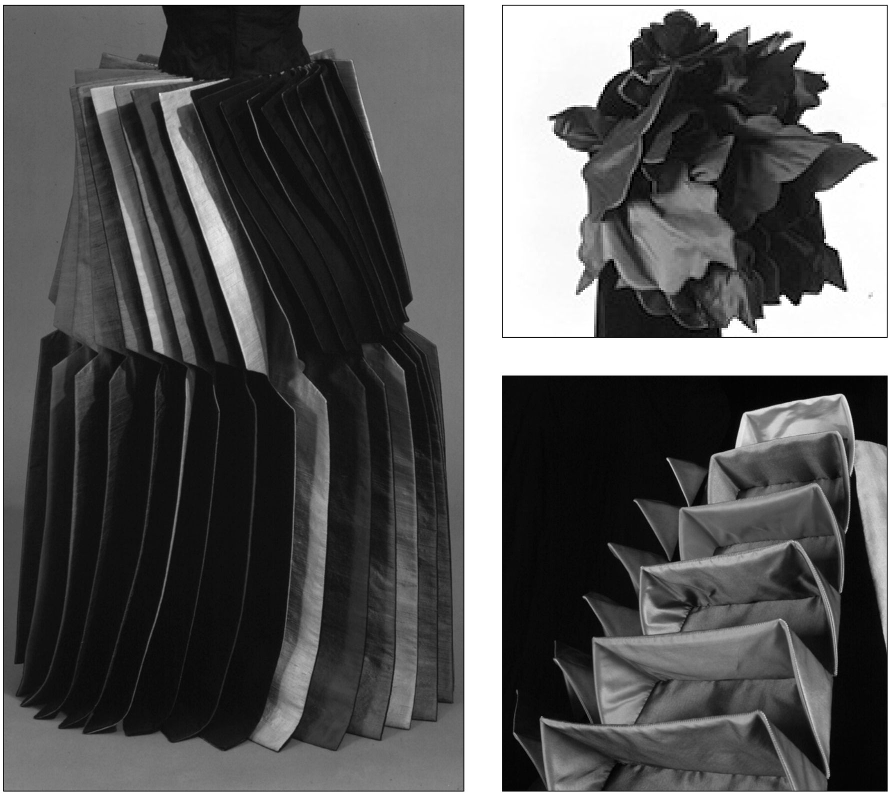

Fig. 15, 16, 17. Manca didascalia

Le foliazioni

Il concetto di foliazione in matematica ha una definizione complessa che esula dall'ambito di questa esposizione. Tuttavia, semplificando, una foliazione è una varietà che localmente si può scomporre come l'unione di sottovarietà parallele di dimensione inferiore.

I fogli di un libro formano una foliazione. L'abito "nove gonne" (fig 18) disegnato nel 1956 e portato dalle più belle donne dell'epoca, è uno splendido esempio di foliazione, così come il bolero (fig 19).

Interno Matematica e cultura:Matematica e Cultura 23/12/09 16:31 Pagina 74 (Nero pellicola)

Fig. 18. Manca didascalia

Fig. 19. Manca didascalia

Conclusioni

Alcuni storici dell'arte, nel descrivere la perfezione artistica delle statue greche di Fidia o di Polykleitos, per capire fino in fondo i dipinti di Piero della Francesca, per spiegare il fascino della Gioconda, hanno voluto vedere in questi capolavori un uso consapevole da parte degli artisti di strumenti matematici quali per esempio la proporzione aurea [4,5]. Gli stessi artisti e filosofi, nel rinascimento, erano persuasi che la matematica era la vera essenza del mondo fisico e che l'intero universo incluso le arti potessero essere spiegate dal punto di visto geometrico [6].

Analogamente, Capucci, nella sua formazione non ha mai studiato la matematica o la geometria che sono presenti nei suoi; nella sua vita non si è mai imbattuto in concetti quali i fibrati tangenti o fibrati vettoriali, non ha mai saputo la definizione di curvatura, non conosce il teorema egregium o la superficie del Dini. Ha affermato non aver mai capito le lezioni di matematica del liceo. Tuttavia, nel primo incontro avuto con lui in occasione di questo studio, il maestro di fronte a una tavola di superfici algebriche si è esclamato "ma questi sono i miei vestiti!". Confermando, se fosse necessario, la corrispondenza tra gli oggetti matematici costruiti con rigore dai geometri, e le sue creazioni.

La matematica presente negli abiti di Capucci è molto più complessa della proporzione aurea, l'uso di questa matematica è del tutto inconsapevole. Ripeto

Interno Matematica e cultura:Matematica e Cultura 23/12/09 16:31 Pagina 75 (Nero pellicola)

dunque a questo punto, la fondamentale domanda posta nell'introduzione: i concetti matematici *esistono* come esistono i colori, i suoni, gli odori e in quanto tali sono usati, visti, intuiti anche da chi non conosce la matematica oppure sono una *invenzione* dell'uomo e dunque la convergenza delle intuizioni proviene dal fatto che il creatore artistico e il creatore matematico arrivano agli stessi concetti perché stanno rispondendo alle stesse esigenze e usano la stessa creatività?

E ancora: il valore artistico di un'opera è amplificato, o addirittura dovuto, all'uso di idee matematiche ("il linguaggio in cui è scritto l'universo" secondo Galilei) o l'uso della matematica è solo uno dei tanti strumenti che l'artista usa, consapevolmente o meno, per comunicare?

Queste domande non troveranno risposta qui ma forse, potremmo porci un problema molto più elementare, ma di una certa utilità. Se una persona che ha un senso così sviluppato della geometria come Capucci, non ha mai intuito nel suo percorso scolastico, che la geometria gli era così naturalmente consona, non potrebbe essere che il modo in cui la matematica viene studiata a scuola non è il modo più giusto, per lo meno per alcuni studenti?

Bibliografia

[1] Raffaella Sgubin (a cura di) (2004) *Roberto Capucci Arte e creatività oltre i confini della moda*, Palazzo Attems Petzenstein Borgo Castello Gorizia, Ed. Musei Provinciali Gorizia

[2] Gianluca Bauzano (a cura di) (2006) *Roberto Capucci Vestire l'Arte*, Palazzo della Borsa Genova, Skira Milano

[3] Maria Armezzani, Adele Cavedon, Osvaldo Da Pos, Mariselda Tessarolo, Gianni Tibaldi, Mario Zanforlin (1999) *Davanti alle Opere di Roberto Capucci. Una lettura psicologica*, Edizioni Impremitur, Università di Padova

[4] Piero della Francesca (1942) *De Prospectiva Pingendi*, ed. G. Nicco Fasola, 2 vols., Florence

[5] Matt Anderson, Jeffrey Frazier, Kris Popendorf (2009) *Leonardo da Vinci*, Library.thinkquest.org. Retrieved

[6] Emmer (2005) *Visual Mind*, MIT Press

Interno Matematica e cultura:Matematica e Cultura 23/12/09 16:31 Pagina 76 (Nero pellicola)