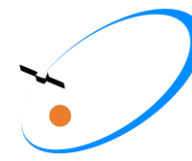




STARDUST

PUSHING THE BOUNDARIES OF
SPACE RESEARCH TO SAVE OUR FUTURE



SPACE
DYNAMICS
GROUP



POLITÉCNICA

Predire orbite di asteroidi e detriti spaziali attraverso la matematica

Davide Amato

Space Dynamics Group,
Universidad Politécnica de Madrid, Madrid (ES)

Matematica & Realtà - Convegno di Apertura delle Attività 2015-16
11 ottobre 2015
Viareggio (IT)

Introduzione

- Asteroidi:
 - Piccoli corpi del Sistema Solare
 - Impatti con la Terra
- Detriti spaziali:
 - “Rifiuti” delle attività spaziali negli ultimi 60 anni
 - Pericolo per le attività spaziali nello spazio vicino alla Terra
- Capire **dove sono** (determinazione orbitale) e **dove saranno** (propagazione orbitale)

PARTE I

DETERMINAZIONE E PROPAGAZIONE ORBITALE

Leggi della gravitazione universale e del moto planetario

Leggi di Keplero:

I) Le orbite dei pianeti sono ellissi, con il Sole al centro di uno dei fuochi.

II) Il raggio che unisce il centro del Sole con il centro del pianeta descrive aree uguali.

III) Il quadrato del periodo di rivoluzione di un pianeta è proporzionale al cubo della sua distanza media dal Sole.

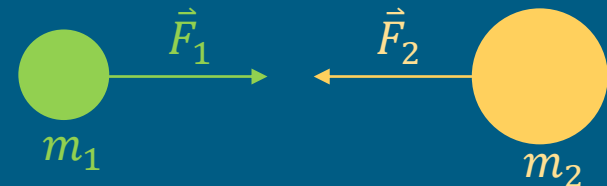


Credits:

<http://astro.unl.edu/naap/pos/animations/kepler.swf>

Legge di gravitazione universale di Newton:

$$\vec{F}_1 = m_1 \frac{d^2 \vec{r}_1}{dt^2} = - \frac{G m_1 m_2}{\|\vec{r}_1 - \vec{r}_2\|^3} (\vec{r}_1 - \vec{r}_2)$$



Elementi orbitali e coniche

$$r = \frac{p}{1 + e \cos f}$$

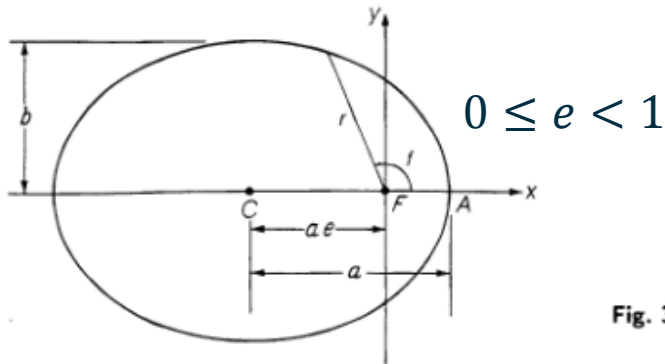


Fig. 3.1: Ellipse.

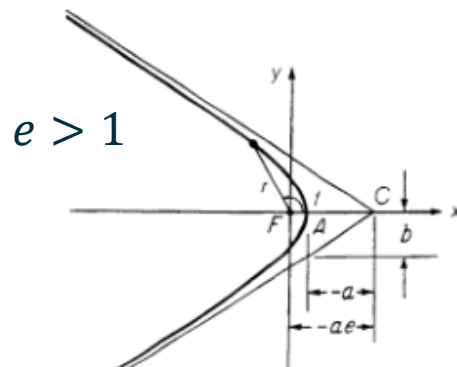


Fig. 3.2: Hyperbola.

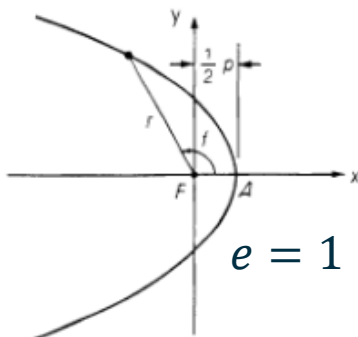
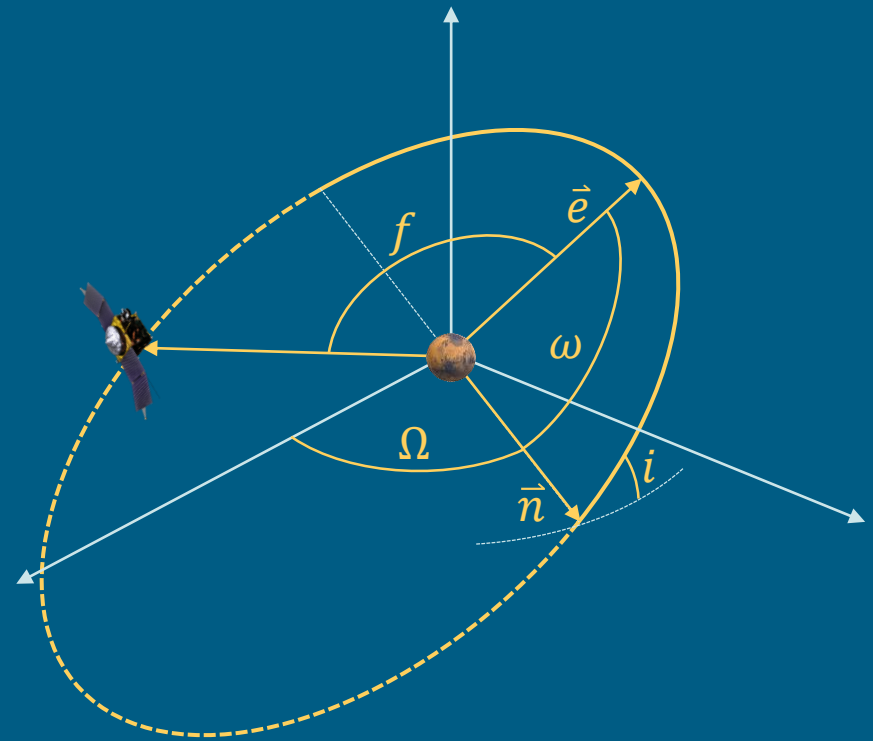


Fig. 3.3: Parabola.

Credits: Battin (1999)



Elementi orbitali:

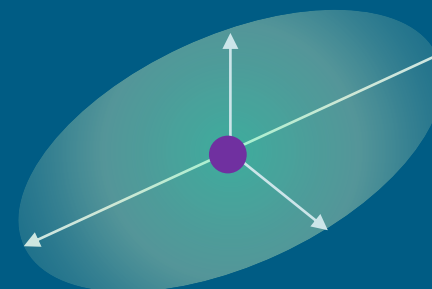
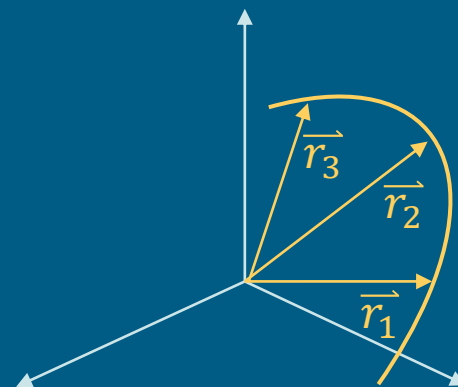
- a (semiasse maggiore): "dimensione"
- e (eccentricità): "forma"
- (i, Ω, ω) (inclinazione, ascensione retta del nodo ascendente, argomento del periasse): "orientamento"
- t_p : tempo di passaggio al periasse

Determinazione orbitale

- **Posizione del problema:** dato un certo numero di *osservazioni* di un oggetto del Sistema Solare, trovare i suoi elementi orbitali in un istante di tempo.
- **Metodi classici (determinazione preliminare):**
 - Laplace: espansione in Taylor del raggio vettore topocentrico;
 $(\alpha_0, \delta_0, t_0), (\alpha_1, \delta_1, t_1), (\alpha_2, \delta_2, t_2) \rightarrow (\alpha_0, \delta_0, \dot{\alpha}_0, \dot{\delta}_0, \ddot{\alpha}_0, \ddot{\delta}_0) \rightarrow (\vec{r}_0, \vec{v}_0)$
 - Gauss / Gibbs: $(\vec{r}_0, t_0), (\vec{r}_1, t_1), (\vec{r}_2, t_2) \rightarrow (\vec{r}_0, \vec{v}_0)$
- **Correzioni differenziali:**

“Qualsiasi misura presa senza conoscere il suo errore è completamente priva di senso”
- W. Lewin

- 3 osservazioni non sufficienti (in genere) per determinare un'orbita accurata
- *Modello matematico* del moto dipendente da un insieme di parametri (es. elementi orbitali)
- Confronto tra posizioni *calcolate* (dal modello) e *osservate*
- Minimizzazione degli *scarti quadratici*
- Risultato: orbita nominale + matrice di covarianza



Propagazione orbitale

- **Posizione del problema:** date posizione \vec{r}_0 e velocità \vec{v}_0 (*stato*) di un oggetto a un certo istante di tempo t_0 , trovare posizione e velocità dell'oggetto per ogni istante di tempo, $(\vec{r}(t), \vec{v}(t))$.
- **Problema alle condizioni iniziali:**

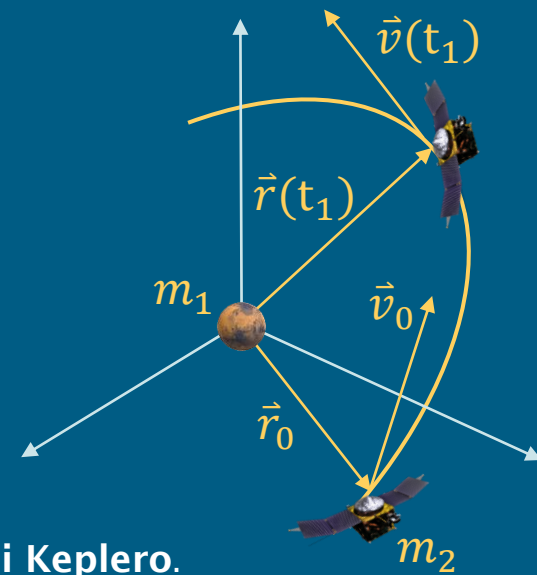
$$\begin{cases} \frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} = -\frac{G(m_1+m_2)}{r^3} \vec{r} \\ \vec{r}(t_0) = \vec{r}_0 \\ \frac{d\vec{r}}{dt}(t_0) = \vec{v}_0 \end{cases}$$

- **Soluzione:**

- Elementi orbitali costanti
- Posizione lungo l'orbita descritta dall'equazione di Keplero.

$$M - M_0 = \sqrt{\frac{G(m_1+m_2)}{a^3}} (t - t_0) = (E - E_0) - (e \sin E - e \sin E_0)$$

$$\sin f = \frac{\sin E \sqrt{1 - e^2}}{1 - e \cos E} \quad \cos f = \frac{\cos E - e}{1 - e \cos E}$$



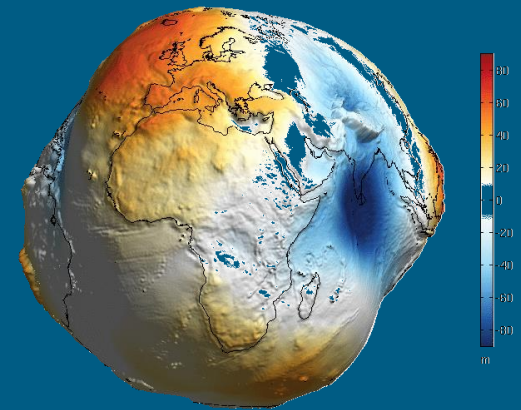
Propagazione orbitale

Perturbazioni

- Un oggetto in orbita non è sottoposto alla sola forza di gravità di un solo corpo:
 - Asfericità del corpo primario (per pianeti)
 - Attrazione gravitazionale di altri corpi massivi (pianeti, lune, asteroidi...)
 - Resistenza aerodinamica (pianeti con atmosfera), pressione di radiazione solare, effetti relativistici...

$$\frac{d^2\vec{r}}{dt^2} = -\frac{G(m_1+m_2)}{r^3}\vec{r} + \vec{a}_p$$

- **Come risolvere questa equazione?**
 - Soluzione analitica completa non è possibile
 - Metodi analitici (perturbazioni generali)
 - Metodi numerici (perturbazioni speciali)
 - Metodi semi-analitici



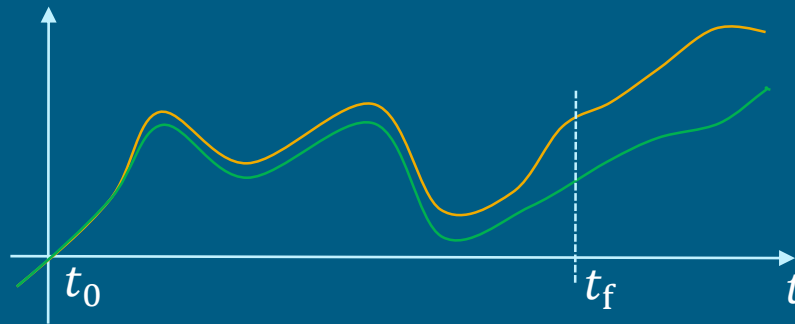
Geoid height (EGM2008, nmax=500)

Propagazione orbitale

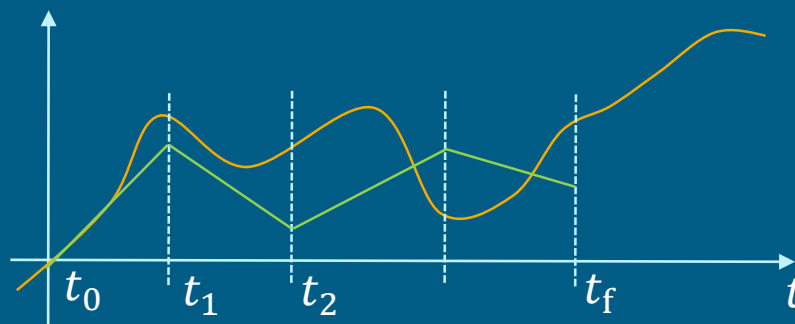
Metodi di risoluzione del problema perturbato

$$\frac{d^2\vec{r}}{dt^2} = -\frac{G(m_1+m_2)}{r^3}\vec{r} + \vec{a}_p$$

- Metodi analitici: soluzione analitica di equazioni “approssimate” (espansione in serie delle perturbazioni)



- Metodi numerici: la funzione incognita e le sue derivate vengono calcolate passo a passo in forma approssimata



- Metodi semianalitici: combinazione di metodi numerici e analitici.

Propagazione orbitale

Metodi numerici: scelta delle equazioni

- Lo stato (posizione + velocità) di un corpo è esprimibile attraverso *coordinate o elementi*
- Integrare le equazioni di Newton non è l'unica scelta
- *Piccole perturbazioni* ($a_p \ll -G(m_1 + m_2)/r^2$) -> integrazione delle equazioni di variazione degli *elementi*
- Elementi orbitali classici: equazioni di Lagrange/Gauss

$$\frac{da}{dt} = \dots$$

⋮

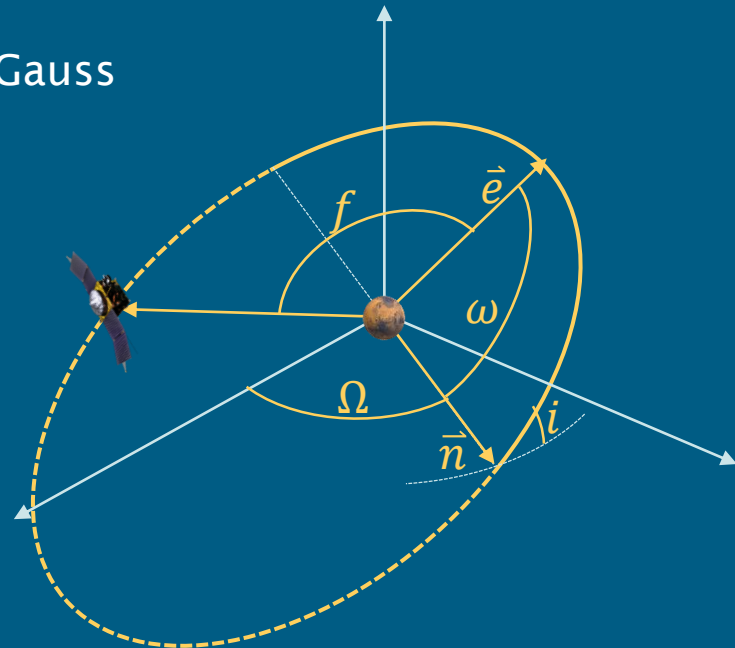
$$\frac{dM}{dt} = \dots$$

- Formulazioni regolarizzate ad elementi:

$$\frac{d\zeta_1}{d\varphi} = \dots$$

⋮

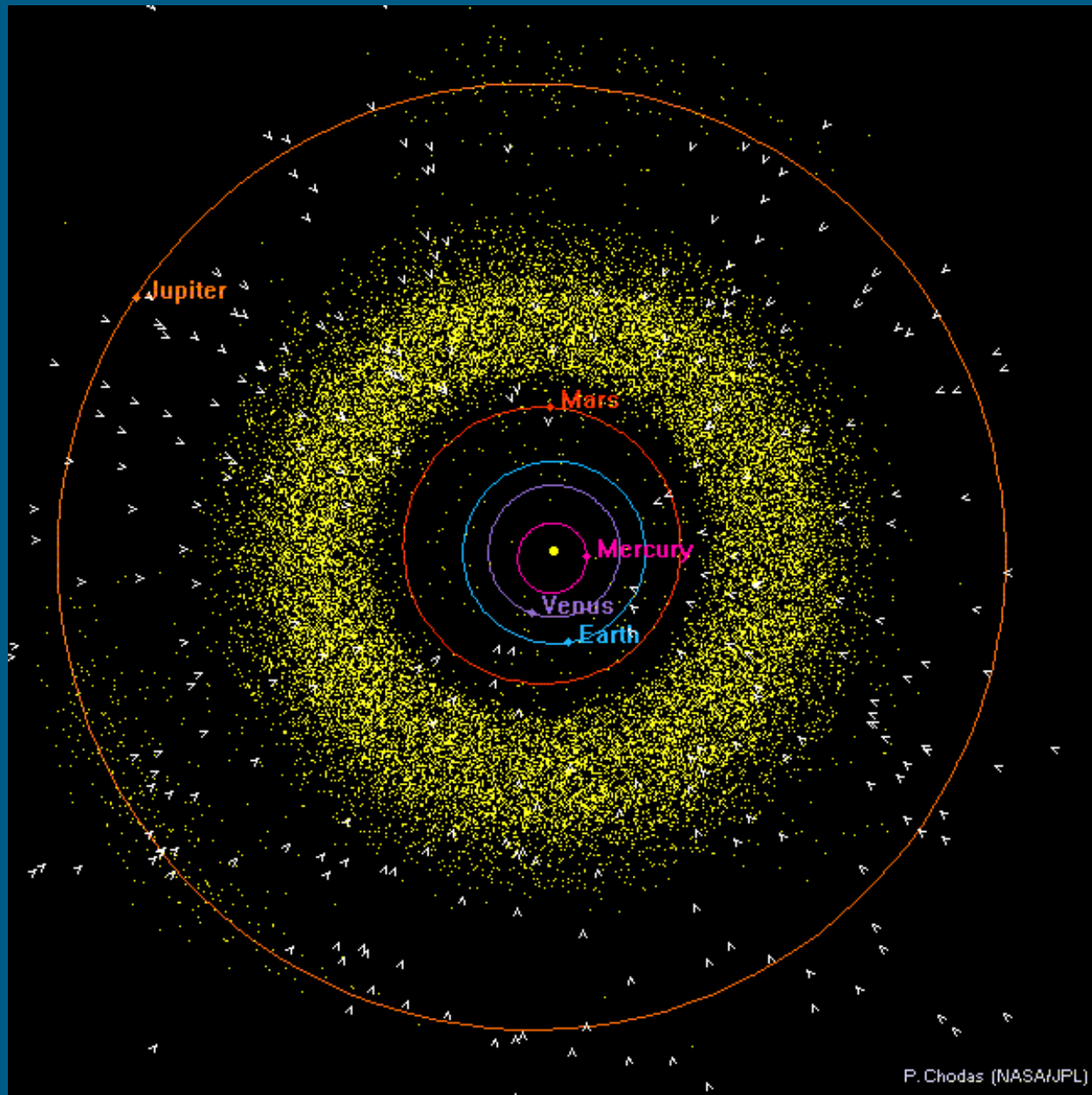
$$\frac{dt}{d\varphi} = \dots$$



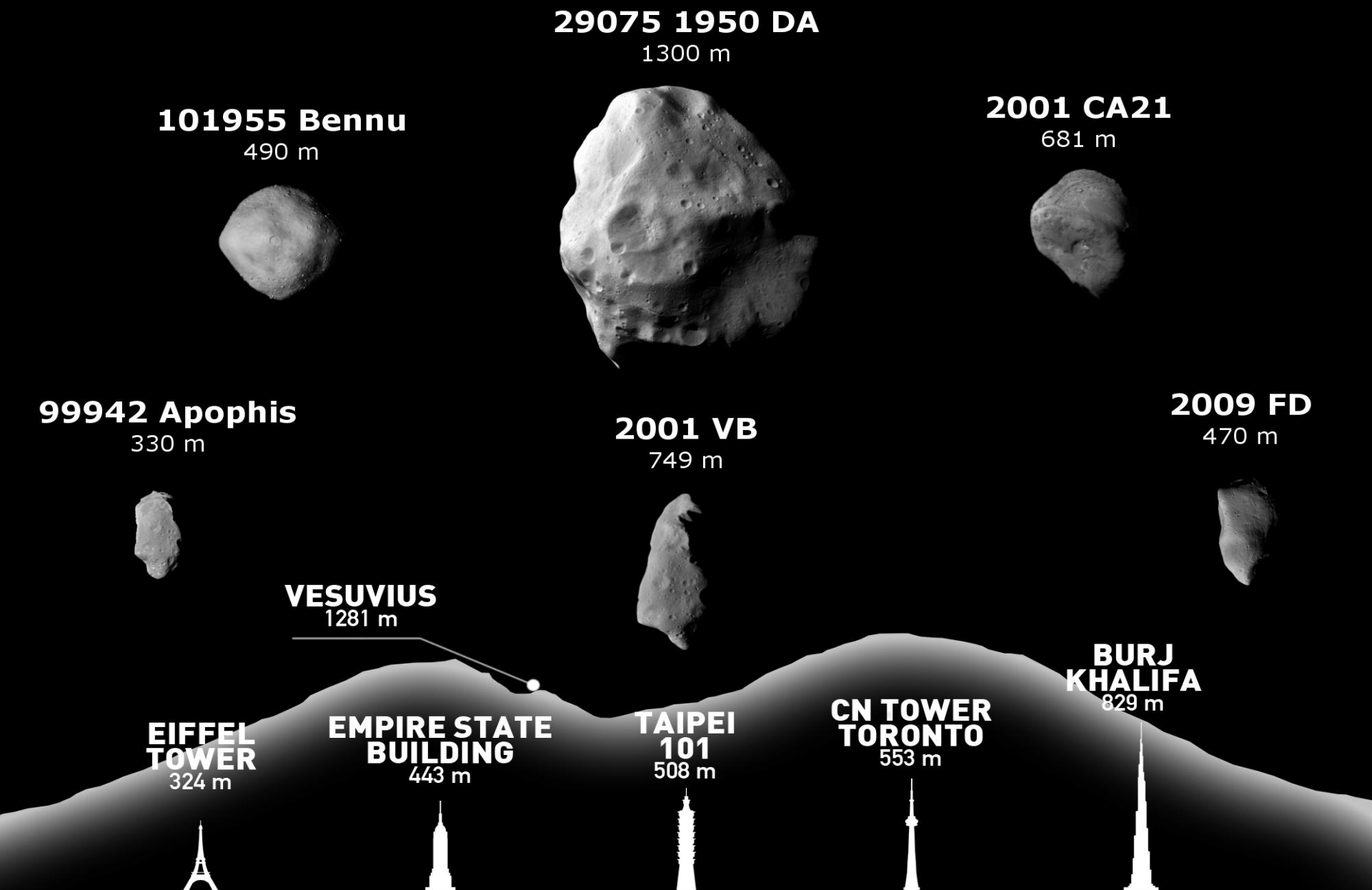
PARTE II

ASTEROIDI E DETRITI SPAZIALI

Asteroidi

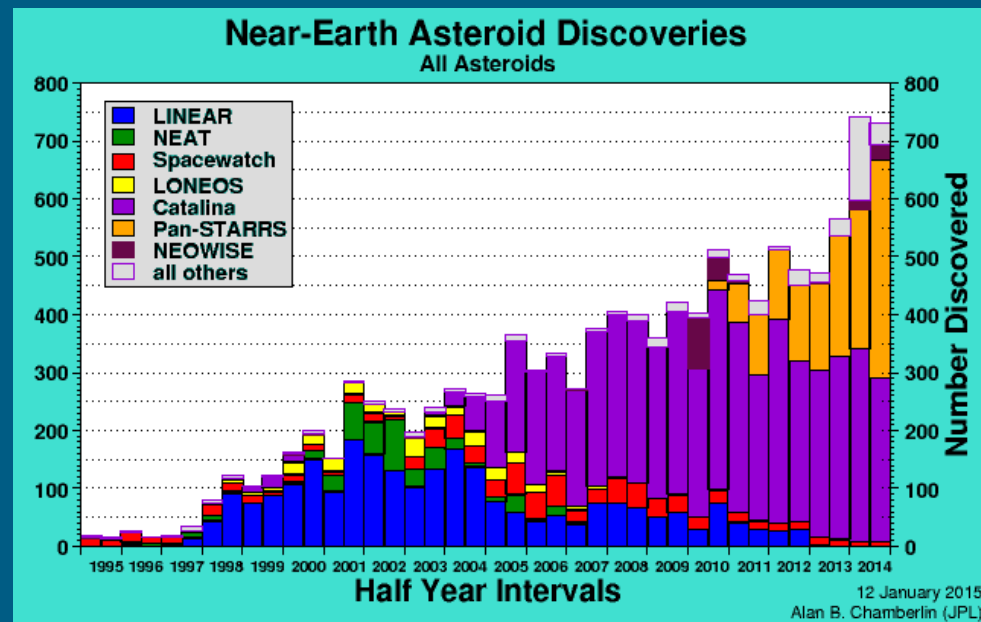
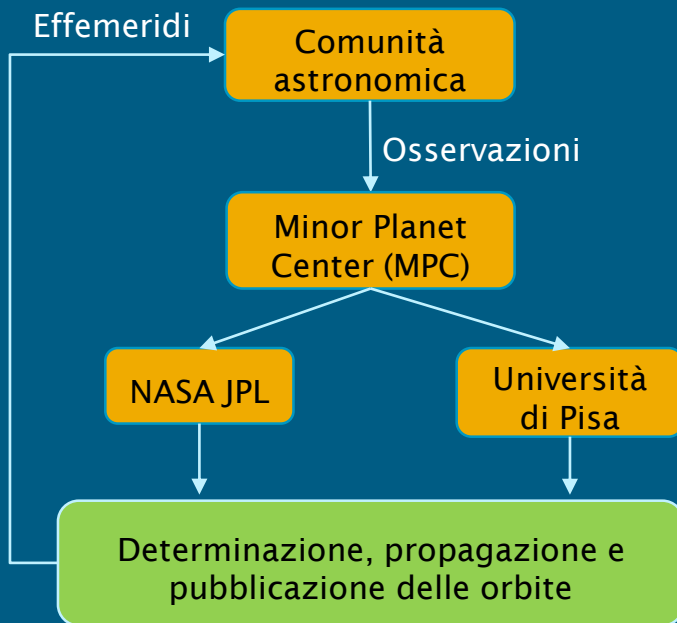
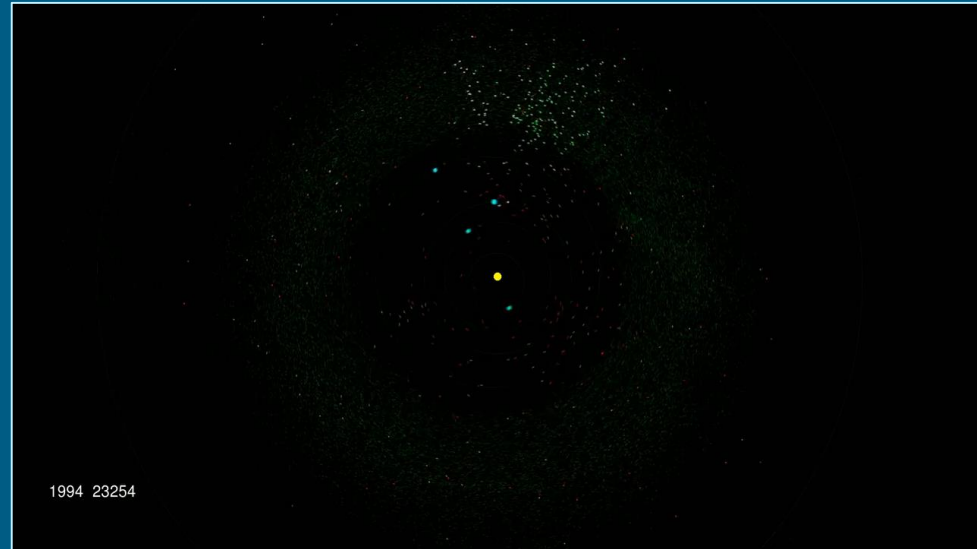


Asteroidi



Asteroidi Near-Earth

- Asteroidi le cui orbite sono “sufficientemente vicine” ($q < 1.3 \text{ AU}$, $Q > 0.98 \text{ AU}$) a quella della Terra sono definiti come **Near-Earth (NEAs)**
- Originati da **perturbazioni** dovute all'accoppiamento fra effetti termici (*effetto Yarkovsky*) e perturbazioni gravitazionali di Giove
- **Scoperta e follow-up:**



Asteroidi Near-Earth

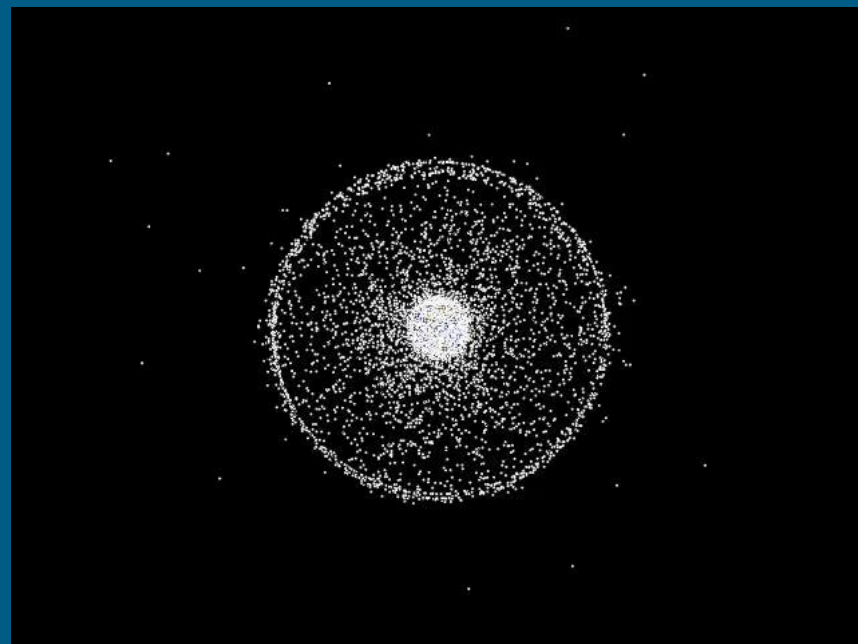
Rilevanza scientifica, tecnologica e sociale

- Esplorazione e sfruttamento risorse:
 - Le orbite dei NEA sono «relativamente accessibili»
 - Possibilità di esplorazione e sfruttamento risorse tramite missioni robotiche e umane
- Asteroidi potenzialmente pericolosi (PHA):
 - Pochissimi asteroidi hanno possibilità di impatto con la Terra
 - L'impatto è un evento relativamente raro ma potenzialmente catastrofico
- Missioni di deflessione:
 - Parte delle tecnologie necessarie per deflettere un asteroide in traiettoria d'impatto è già esistente
 - ESA/NASA AIDAA
 - NASA Asteroid Redirect Mission



Detriti spaziali

- **Detriti:** oggetti orbitanti la Terra non più destinati ad alcuna funzione
- **Origine:**
 - Eventi di frammentazione (esplosioni)
 - Oggetti a fine vita operativa
 - Collisioni
- **Zone critiche:**
 - Orbite LEO (300-1100 km):
 - Orbite GEO (36000 km)

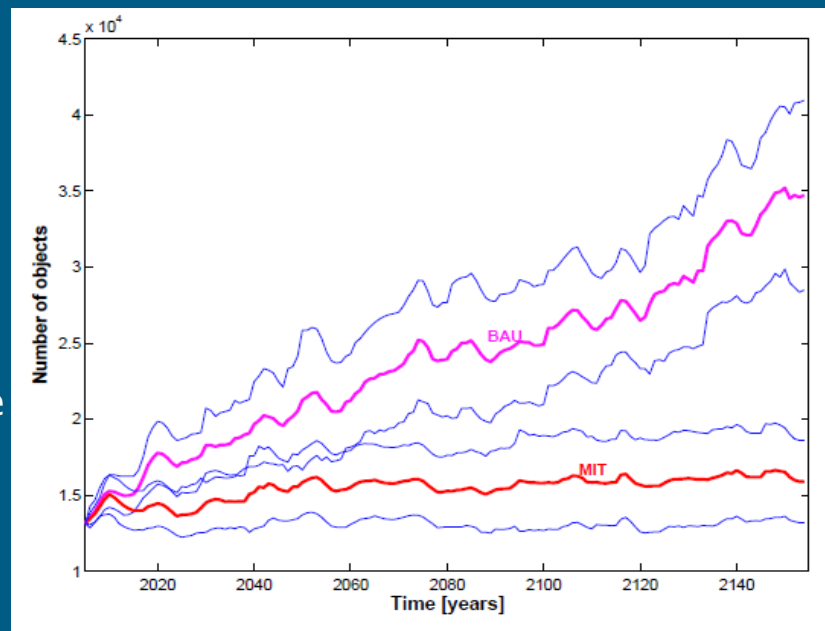


	Totale (LEO + MEO + GEO)	LEO
Totale oggetti (> 10 cm)	17165	12389
Attivi	1265	669
Inattivi	15900	11720

Detriti spaziali

Collisioni

- **Velocità relativa tra oggetti in orbita (LEO):** 7-14 km/s
- **Impatti ad ipervelocità:**
 - Particelle da 1 cm possono disabilitare un intero satellite
 - Impatti fra oggetti interi generano migliaia di frammenti
- **Collisioni rilevanti:**
 - Fengyun 1C (2007)
 - Iridium 33/Cosmos 2251 (2009)
- **Sindrome di Kessler:**
 - Collisioni generano detriti, che generano più collisioni a loro volta
 - «Reazione a catena» che può compromettere l'uso dello spazio
- **Mitigazione:**
 - Rientro in atmosfera (solo LEO)
 - Regole internazionali per fine missione (rientro o «orbite cimitero»)
 - Collision avoidance

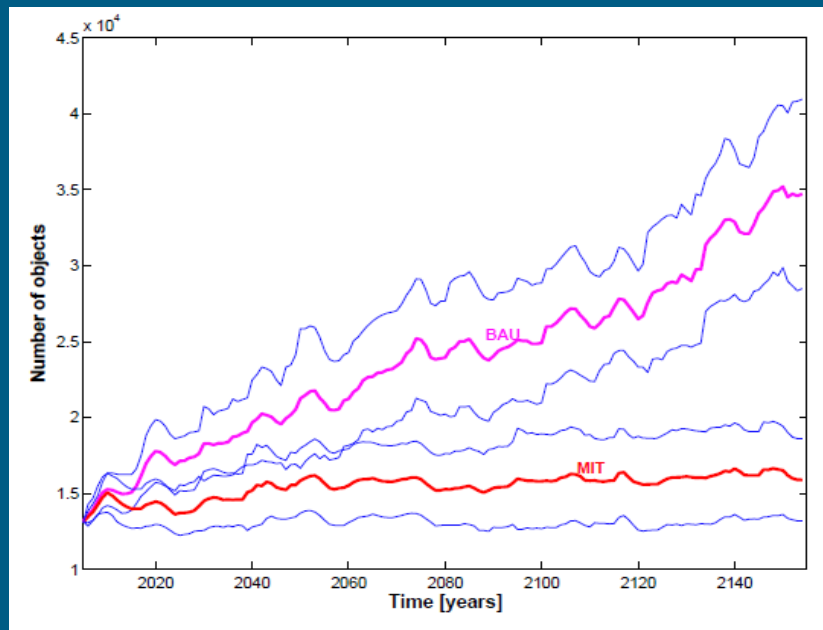


Credits: Rossi A. et al., "The new space debris mitigation (SDM 4.0) orbit evolution code", proc. of 5th European Conference on Space Debris, Darmstadt, Germany, 2009.

Detriti spaziali

Modellizzazione e simulazione

- **Rilevamento di detriti spaziali:**
 - LEO: Misure radar
 - GEO: Misure ottiche (telescopi)
- **Determinazione orbitale di detriti:**
 - Too Short Arcs (TSAs) e problema dell'identificazione
- **Propagazione orbitale di detriti:**
 - Metodi semianalitici e analitici: studi sull'evoluzione di grosse popolazioni
 - Metodi numerici: studi di missione, collision avoidance, studi di rientro in atmosfera
- **Modelli di evoluzione:** SDM (ASI/CNR), LEGEND/ORDEM (NASA), MASTER (ESA), DAMAGE (UKSA), ...

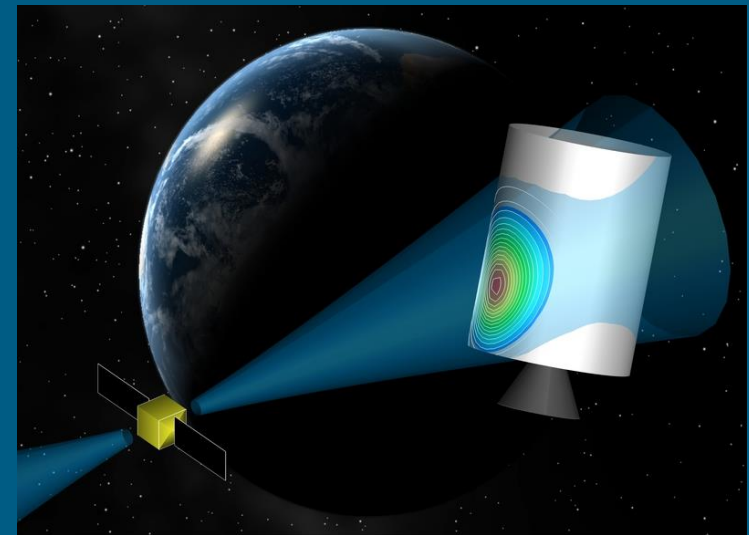


Credits: Rossi A. et al., "The new space debris mitigation (SDM 4.0) orbit evolution code", proc. of 5th European Conference on Space Debris, Darmstadt, Germany, 2009.

Detriti spaziali

Rimozione attiva di detriti

- **Detriti critici:** oggetti intatti in orbite affollate
- **Rimozione attiva:**
 - **Difficoltà tecnologiche:** stima dell'assetto, dimensione e materiali dei detriti
 - **Difficoltà legali/politiche:** proprietà dei detriti, responsabilità di danni, tecnologie «dual use»
- **Metodi di rimozione:**
 - **Robotici:** manipolatori robotici, reti, kit di deorbitaggio
 - **Contactless:** metodi elettrostatici, Ion Beam Shepherd (IBS)
 - **Tether elettrodinamici**
 - **Sistemi laser:** basati a terra o su veicoli spaziali
- **Ion Beam Shepherd (IBS):**
 - Sviluppato nello Space Dynamics Group – UPM
 - Metodo di rimozione contactless
 - Esercita forza sul detrito tramite un fascio di ioni



Progetto STARDUST

▪ Asteroidi e detriti – punti in comune:

- Oggetti non controllati
- Orbite soggette a perturbazioni difficilmente modellabili
- Forma, assetto e materiali spesso sconosciuti
- Requisiti elevati per determinazione e propagazione d'orbita

▪ Progetto STARDUST:

- Network di training e ricerca dedicato allo studio di asteroidi e detriti spaziali
- Finanziato dalla Commissione Europea (Marie Curie ITN - FP7)
- 15 ricercatori reclutati per 2.5/3 anni, 16 istituzioni partner
- **Are di ricerca:**
 - Modellizzazione e simulazione
 - Stima e predizione d'orbita e di assetto
 - Tecnologie di rimozione e manipolazione



Grazie per l'attenzione!

